

## Die geometrische Struktur des Gitterraums – Skizze eines erscheinungsorientierten Lehrgangs zur Beugung

Marc Müller, Lutz-Helmut Schön

Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik, AG Didaktik der Physik  
Newtonstr. 15, 12489 Berlin, marc.mueller@physik.hu-berlin.de

### Kurzfassung

Das bereits etablierte Spiegelraum-Konzept zum Vorbild nehmend wird in Grundzügen ein entsprechendes Beugungsraum-Konzept vorgeschlagen. Als Grundlage dienen verschiedene Beobachtungen an einem großen Beugungsgitter. Daran schließt sich eine erscheinungsorientierte Untersuchung des durchs Beugungsgitter hindurch sichtbaren Gitterraumes und seiner geometrischen Struktur an.

### 1. Einleitung

Seit geraumer Zeit wird in verschiedenen physikdidaktischen Arbeitsgruppen an Wegen erscheinungsorientierten Unterrichts gearbeitet. Die fruchtbarsten Erfolge liegen dabei auf dem Gebiet der Optik (vgl. z. B. [1] bis [8]). Gemeinsames Ziel dieser Bemühungen ist es, ein weitreichendes Naturverständnis zu lehren, ohne die dabei vorgebrachten Erklärungen auf einem Fundament quasi ad hoc vorgeschlagener, hypothetischer Entitäten errichten zu müssen. Im Falle der Optik heißt das übereinstimmend (und zum Teil entgegen historischen Entwicklungen in der Physik), optische Erscheinungen unter Verzicht auf die prinzipiell unbeobachtbaren und somit bloß vorgestellten Lichtstrahlen, Lichtkorpuskeln oder Wellenfelder zu erschließen. Stattdessen wird vielmehr eine „Optik der Bilder“ favorisiert – also eine Optik, die davon handelt, was tatsächlich typisch optisch ist: Ansichten von Gegenständen und ihre systematischen Modifikationen unter besonderen optischen Bedingungen (vgl. auch [9] bis [11]). Dass dies gelingen kann, zeigt sich geradezu paradigmatisch anhand des sog. Spiegelraum-Konzepts. Motiviert werden kann das Konzept anhand zweierlei einfacher Beobachtungen an großen, ebenen Spiegeln (vgl. Abb. 1):

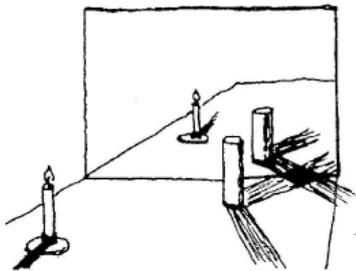


Abb. 1: Ein Blick in den Spiegelraum am großen, ebenen Spiegel [1].

Zum einen: Alle Gegenstände, die tastbar vor dem Spiegel liegen, sind auch als Spiegelbilder „im“ Spiegel sichtbar. Bewegen wir uns außerdem beim Betrachten der (virtuellen) *Spiegelgegenstände* ein wenig hin und her, dann fällt uns unmittelbar auf, dass sie nicht etwa flach auf der Spiegeloberfläche liegen, sondern sich an einem jeweils bestimmten Ort hinter dem Spiegel befinden (– d. i. lotrecht und abstandsgleich gegenüber ihren tastbaren Partnern).

Zum anderen: Leuchten (und Spiegelleuchten) sorgen für Schattenverläufe, die in beide Richtungen „durch den Spiegel hindurch“ reichen.

Der Sehraum hinter dem Spiegel bildet also zusammen mit dem Tastraum davor einen gemeinsamen optischen Raum. Beide Teilräume sind in jeglicher optischer Hinsicht äquivalent: Der Spiegel ist ein Fenster in den *Spiegelraum*.

Das Konzept erlaubt es – quasi auf einen Blick –, sämtliche optischen Erscheinungen am Spiegel so zu behandeln und zu verstehen, wie im bereits gewohnten, spiegelfreien Raum. Nötig ist nur die Anwen-



Abb. 2: Ein Blick durch die große Gitterfolie auf eine Kerze.



Abb. 3: Beleuchtung eines kleinen Gegenstandes durch die Gitterfolie hindurch: Charakteristisch sind vervielfachte, teils farbig gesäumte Schatten (besonders deutlich am Spalt).

dung des Spiegelgesetzes, das über die Orte der Spiegelgegenstände im gemeinsamen Sehraum Auskunft gibt (vgl. u. a. [1], [3], [12]).

In diesem Beitrag wird der Frage nachgegangen, ob und wie es nach dem Vorbild des Spiegelraum-Konzeptes gelingen kann, den weit schwieriger erscheinenden Phänomenbereich der Beugung zu erschließen. Dazu werden mehrere Beobachtungen an einer Beugungsgitterfolie beschrieben (Versuche i) bis ix)) und Aspekte eines möglichen Beugungsraum-Konzeptes heraus gearbeitet. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf der geometrischen Struktur des „neuen“ Sehraums: des Gitterraums.

## 2. Beobachtungen an einem großen Beugungsgitter: Nebenbilder und vervielfachte Schatten

Wir benutzen eine Gitterfolie von AstroMedia mit 1000 Strich je mm in der z. Z. max. lieferbaren Größe von ca. 15 x 30 cm (Striche parallel zu den kürzeren Seiten – ca. € 15). Die Größe dieses „Fensters“ erlaubt es uns, durch die Folie hindurch einen weiten Ausschnitt des Raumes zu überblicken. Es werden dabei nach und nach Aspekte von Beugungserscheinungen sichtbar, die bei einem Gitter im sonst typischen Kleinbildformat (Dia-Positiv) kaum auffielen.

i) Beim Blick durch die Folie auf z. B. eine Kerze zeigen sich links und rechts Nebenbilder, die mit auffälligen, farbigen Säumen versehen sind (vgl. Abb. 2). Die beiden Nebenbilder erster Ordnung sind noch klar als Kerzenansichten erkennbar. Die beiden Nebenbilder zweiter Ordnungen sind jedoch schon

deutlich abgedunkelt und verbreitert. Hier drängt sich fast die Rede von „Spektren der Kerzenflamme“ auf. Noch stärker abgedunkelt und weiter verbreitert sind Nebenbilder der dritten Ordnung, die aber nur noch bei sehr schrägem Blick durch die Folie erkennbar sind (vgl. hier und im Folgenden auch mit [5] und [13]).

Besser wäre es, mit einer Folie zu experimentieren, die noch größer und zugleich, im spektroskopischen Sinne, „schlechter“ ist – d. h. die anstatt der tausend nur einige hundert Strich je mm aufweist. Solche Folien waren jedoch nicht erhältlich.

ii) Wenn wir uns vor der Gitterfolie ein wenig hin und her bewegen, dann fällt uns unmittelbar auf, dass sich neben der zentralen, tastbaren Kerze auch die nicht tastbaren (virtuellen) *Nebenkerzen* an jeweils bestimmten Orten hinter der Folie befinden. Eine Besonderheit im Vergleich zu den virtuellen Bildern am ebenen Spiegel besteht darin, dass die Nebenbilder nicht ortsfest sind, sondern auf unsere Bewegungen ihrerseits mit Bewegungen im Sehraum hinter der Folie reagieren: Wo genau sich die Nebenbilder befinden, hängt davon ab, von wo wir durch die Gitterfolie schauen.

iii) Platzieren wir vor der Gitterfolie, die von hinten weiterhin von der Kerze durchleuchtet wird, einen kleinen, undurchsichtigen Gegenstand, dann zeigen sich dort interessante Schattenverläufe (vgl. Abb. 3):

Außer dem völlig unbunten Schatten, für den die zentrale, tastbare Kerze verantwortlich ist, erscheinen mind. zwei weitere, sehr deutliche Schatten, deren Ränder farbig gesäumt sind.

Offensichtlich wirken die beiden hellen Nebenkerzen erster Ordnung ihrerseits wie optisch vollwertige Kerzen. Durch rückwärtige Verlängerung der Schattengrenzen durch die Folie hindurch, ist sogar ihr virtueller Ort (bezogen auf den jeweiligen Gegenstand) ermittelbar.

iv) Wir können den Schattengeber auch hinter der Gitterfolie platzieren. Dann erscheinen im Durchblick – wie bei der Kerze auch – Nebenbilder des Schattengebers. Jedes einzelne dieser Nebenbilder weist einen Schatten auf, für den jeweils eine der Nebenkerzen verantwortlich ist. Steht der Schattengeber zwischen Kerze und Folie, dann überschneiden sich die vervielfachten Schatten in der Gitterebene und setzen sich jeder für sich diesseits der Gitterfolie fort.

### 3. Vorschlag eines Beugungsraum-Konzepts

Die im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Beobachtungen haben auffallende Ähnlichkeiten zu den in der Einleitung skizzierten Beobachtungen am Spiegel. Wie dort auch sind virtuelle Ansichten eines tastbaren Gegenstandes sichtbar. Diese Nebenbilder liegen zudem nicht etwa flach auf der Gitterfolie, sondern an je spezifischen Orten hinter ihr. Wie auch beim Spiegel wirken die nicht tastbaren Nebenbilder optisch genauso wie die tastbaren (– was jedenfalls für die Schatten gezeigt wurde). Diese einfachen Beobachtungen geben daher dazu Anlass, auch hier von einem gemeinsamen optischen Raum zu sprechen, der die Gegenstände vor und hinter dem Beugungsgitter sowie ihre Nebenbilder einschließt. Es liegt nahe, die Entwicklung eines „Beugungsraum-Konzeptes“ vorzuschlagen, das in folgender Weise charakterisiert wird:

- *Wo Beugungsphänomene auftreten, existiert je Nebenbild bzw. Nebenbildordnung ein optischer Beugungsraum, der jeweils reiner Sehraum (und somit nicht „ertastbar“) ist.*
- *Die Gesamtheit all dieser Beugungsräume heißt im Falle des Gitters der Gitterraum. (Im Falle der Beugung am Spalt hieße sie dann der Spaltraum.) – Das Gitter ist ein Fenster in den Gitterraum.*

Der Gitterraum selbst zerfällt in zwei *Gitterhalbräume*, die geometrisch zu beiden Seiten des Gitters liegen. Denn das Gitter kann von beiden Seiten durchblickt und durchleuchtet werden. Oben – Versuche i) bis iv) – wurde immer nur einseitig betrachtet. Unter Einbeziehung beider Halbräume fällt auf, dass die Sicht- und Beleuchtungsbeziehungen im gemeinsamen Gitterraum nur *durch das Gitter hindurch* vermittelt werden. D. h. im Besonderen, dass

verschiedene Nebenbilder, die zu einem gemeinsamen Gitterhalbraum gehören, sich nicht etwa untereinander optisch beeinflussen können.

- *Zwischen den Beugungsräumen eines ausgewählten Gitterhalbraums bestehen keinerlei optische Beziehungen: Optische Beziehungen zwischen Beugungsräumen werden ausschließlich durch das Gitter hindurch vermittelt.*

Ausgehend von diesen konzeptuellen Wegmarken gilt es nun, die Geometrie des Gitterraumes zu untersuchen. D. h., es muss die Frage beantwortet werden, wo genau sich die Nebenbilder in ihren jeweiligen Beugungsräumen eigentlich befinden. Ein erster möglicher Schritt dahin wird im folgenden Kapitel vorgestellt.

### 4. Zur geometrischen Struktur des Gitterraums

Eine weitere einfache Beobachtung gibt Hinweise auf den systematischen Zusammenhang, in dem die Beugungsräume eines Gitterhalbraums untereinander stehen:

- v) Wir schauen senkrecht durch das Gitter auf eine in Blickrichtung stehende Kerze. Nun verschieben wir die Kerze entlang der eben festgelegten optischen Achse: Die Nebenbilder der Kerze wandern zwar zusammen mit dieser nach hinten oder vorne, jedoch nicht in gleichem Maße wie sie selbst.

In Abbildung 4 ist diese Variation mithilfe dreier hintereinander stehender Kerzen in eine übersichtliche, statische Situation überführt worden:

- vi) Es ist unschwer zu erkennen, dass die Nebenbilder erster (sowie zweiter) Ordnung der am nächsten liegenden tastbaren Kerze perspektivisch *hinter dieser* liegen. Die Nebenbilder der nächsten tastbaren Kerze aber liegen perspektivisch in etwa *gleicher Entfernung*. Und die Nebenbilder der letzten tastbaren Kerze liegen schließlich perspektivisch *vor dieser*.

Die sich aufdrängende Frage lautet: Welche Form hat die Linie, auf der die tastbare Kerze zusammen mit ihren sichtbaren Nebenbildern liegt, und wie hängt sie von der Kerzen- und der Beobachterposition ab?

- vii) Wer den Versuch v) aufmerksam durchführt (und dabei hin und wieder den eigenen Kopf vor und zurück bewegt), wird verblüfft feststellen können, dass die Nebenbilder der Kerze immer dann mit ihr auf einer Geraden liegen (mittlere Position in Versuch v) – Abb. 4), wenn der Kerzenabstand  $k$  vom Gitter gleich dem Augenabstand  $a$  vom Gitter ist.



Abb. 4: Blick durch die Gitterfolie auf drei hintereinander stehende Kerzen: Nebenbilder der nahen Kerze liegen perspektivisch hinter ihr, Nebenbilder der fernen Kerze perspektivisch vor ihr.

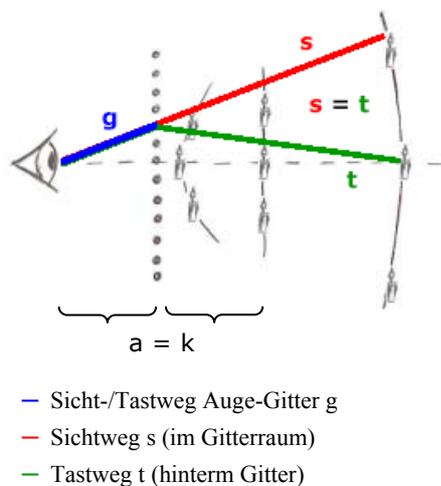
Diese Erkenntnis, sowie die Lagen der übrigen Nebenbilder sind in Abbildung 5 schematisch dargestellt [14]. (Bis auf Weiteres werden die breiten, farbigen Säume ignoriert.) Außerdem wird dort bereits zwischen Sicht- und Tastwegen unterschieden, was durch folgende Versuche motiviert werden kann.

viii) Da die Nebenkerzen reine Sehdinge sind, können sie selbst nicht ertastet werden. Es ist aber möglich, den Ort eines Nebenbildes mit Hilfe eines weiteren Tastdinges zu bestimmen: Z. B. kann ein kleines Glasgefäß nach einigem Probieren und wiederholten Kontrollblicken so hinter dem Gitter positioniert werden, dass eine ausgewählte Nebenkerze für einen bestimmten Beobachterstandort (perspektivisch) genau im Glas gesehen wird. Das Glas steht dann im Tastraum gerade dort, wo im Sehraum die Nebenkerze steht.

Dieser Versuch illustriert die Möglichkeit, den Sichtweg  $s$  zwischen Beobachter und Nebenkerze anhand des Tastweges zwischen Beobachter und Glas auszumessen.

ix) Wird das kleine Glasgefäß entlang des Sichtweges  $s$  zum Gitter hin geschoben, dann ändert sich die Ansicht der Nebenkerze nicht. Es sind immer beide – Glas und Nebenkerze – zugleich sichtbar. Im Besonderen kann das Glas nicht die Sicht auf die Nebenkerze verstellen, obwohl es im Gitterraum vor ihr steht. Trotzdem ist es möglich, das Glas so zu verschieben, dass die Sicht auf die Nebenkerze verstellt wird: Verschieben wir das Glas von der Stelle, wo der Sichtweg zur Nebenkerze das Gitter schneidet, auf direktem Weg zur Kerze hin, dann verdeckt ein Nebenbild des Glases die Sicht auf die Nebenkerze. Beide – Nebenkerze und Nebenglas – befinden

sich im selben Beugungsraum und vermögen sich daher gegenseitig abzuschatten. Dieser Versuch illustriert die Möglichkeit, den Tastweg  $t$  zwischen Beobachter und Nebenkerze anhand der Abschattung des zugehörigen Sichtweges auszumessen.



- Sicht-/Tastweg Auge-Gitter  $g$
- Sichtweg  $s$  (im Gitterraum)
- Tastweg  $t$  (hinterm Gitter)

Abb. 5: Schematische Darstellung der Lagen der Nebenbilder in Abhängigkeit des Kerzen- und Beobachterabstandes von der Gitterfolie.

Beide Versuche erlauben es, die geometrische Struktur des Gitterraums näher zu charakterisieren:

- Zwischen Beobachter und Gitter fallen – auf ein ausgewähltes Nebenbild bezogen – Sichtweg und Tastweg wie gewohnt zusammen (Strecke  $g$  – vgl. mit Abb. 5). Hinter dem Gitter allerdings gehen Sichtweg  $s$  und Tastweg  $t$  auseinander. Beide –  $s$  und  $t$  – können unter Zuhilfenahme eines weiteren tastbaren Gegenstandes operational ermittelt werden.

In Versuch vii) wurde bereits festgestellt, dass (bei zum Gitter senkrechter optischer Achse) eine Kerze

mit ihren Nebenkerzen gerade dann auf einer Geraden (parallel zum Gitter) gesehen wird, wenn die Bedingung  $a = k$  erfüllt ist. Mithilfe der Unterscheidung von Seh- und Tastwegen kann dieser Umstand nun genauer beschrieben werden. Denn eine einfache geometrische Überlegung zeigt, dass in dieser „spiegelsymmetrischen“ Situation jeder mögliche Sichtweg  $s$  gerade genauso lang ist, wie sein zugehöriger Tastweg  $t$ . Und zwar ganz gleich, wo auf der Geraden auch immer die Nebenkerzen liegen mögen. Dieser Zusammenhang lässt wiederum umgekehrt vermuten, dass die Längengleichheit von Sicht- und Tastweg gerade *allgemeingültig* ist, was in dieser *konkreten*, „spiegelsymmetrischen“ Situation automatisch zur Geraden führen würde. Wir versuchen daher, die These zu stützen, dass am Gitter ganz allgemein  $s = t$  gilt.

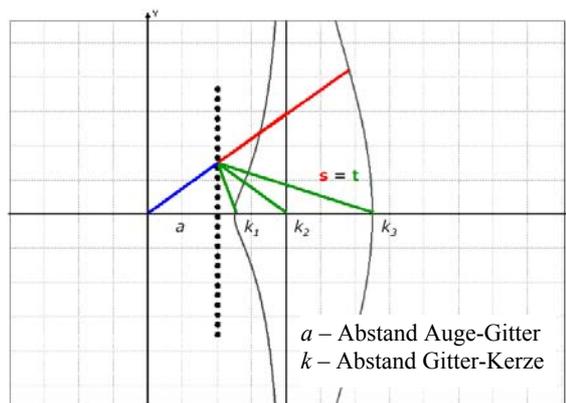
Dafür haben wir den vermuteten Zusammenhang in Abhängigkeit der Parameter  $a$  und  $k$  allgemein formal hergeleitet und für ausgewählte  $k$  in einem Plot dargestellt (Abb. 6). Die Linien, auf denen die Nebenbilder demgemäß liegen müssten, wären verallgemeinerte „Konchoiden des Nikomedes“. Vergleiche mit den Beobachtungen der Versuche v) bis vii) und Abbildung 4 zeigen für den achsennahen Bereich sehr gute Übereinstimmung.

Da aber die achsenfernen Bereiche, in denen z. T. die entscheidenden Umkehrpunkte der Konchoiden liegen, mit unserem Gitter nur unzureichend einzusehen sind, haben wir daraufhin den vermuteten Zusammenhang für eine komplexere Situation erneut formalisiert und dargestellt: Diesmal ist das Gitter gegen die optische Achse um den beliebigen Winkel  $\gamma$  geschwenkt. Abbildung 7 zeigt eine ausgewählte Situation für  $\gamma = 20^\circ$ . Solche Plots können für verschiedene Schwenkwinkel  $\gamma$  erstellt und mit den entsprechenden Ansichten bei tatsächlich geschwenktem Gitter verglichen werden. Es zeigt sich durchweg sehr gute Übereinstimmung!

Für die geometrische Struktur des Gitterraumes formulieren wir daher allgemein:

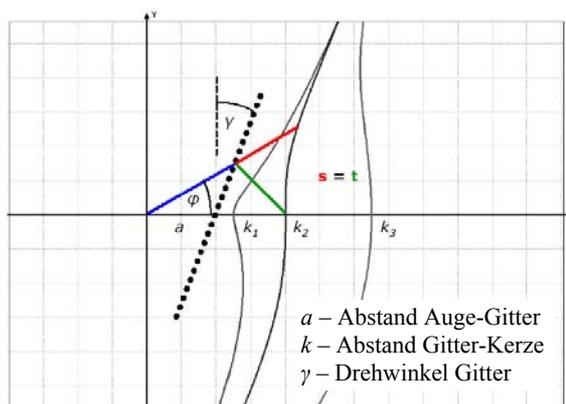
- Sichtwege  $s_i$  und zugehörige Tastwege  $t_i$  sind im Gitterraum stets gleich lang.

Erstaunlich ist, dass für die in Abbildung 6 und 7 dargestellten Regelmäßigkeiten die Gitterkonstante völlig unerheblich zu sein scheint. Ganz gleich welches Strichgitter benutzt würde – sei dessen Gitterabstand nun kleiner oder größer als bei unserem –, zueinander gehörige Nebenbilder müssen demgemäß stets auf den angegebenen Konchoiden liegen. Dies erzwingt allein die hier als allgemeine Bedingung postulierte Längengleichheit von Sicht- und Tastwegen. Offensichtlich kommt die tatsächliche, mikroskopische Struktur des Gitters, die sich z. B. in der Angabe der Gitterkonstanten ausdrückt, erst dann ins Spiel, wenn die individuellen Orte der einzelnen Nebenbilder auf der Konchoide bestimmt werden sollen.



$$y^2 = (k^2 - x^2) \frac{(x - a)}{(x + a)}$$

Abb. 6: Konchoiden, auf denen die Gesamtheiten der virtuellen Nebenbilder für drei ausgewählte Kerzenabstände  $k_1$  bis  $k_3$  (bei fest gehaltenem Beobachterabstand  $a$ ) liegen. Für die Formel (in kartesischen Koordinaten) befindet sich der Koordinatenursprung im Schnittpunkt von optischer Achse und Gitterebene.



$$r(\varphi) = A + \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \gamma}$$

$$A = \frac{a \cos \gamma}{\cos(\varphi - \gamma)} \quad B = \frac{a \cos \gamma}{\cos \gamma} + k$$

Abb. 7: Situation wie in Abb. 6 – nun am geschwenkten Gitter ( $\gamma = 20^\circ$ ). Für die Formel (in Polarkoordinaten) liegt der Koordinatenursprung am Standort des Beobachters.

## 5. Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel der vorangegangenen Kapitel war es, auf erscheinungsorientierte Weise Beugungsphänomene zu untersuchen und sich dabei so eng wie möglich am Spiegelraum-Konzept zu orientieren. Dazu wurde mit einer großen Beugungsgitterfolie experimentiert. Schon einfache Beobachtungen mit Kerzen und Schattengebern führten zur Einsicht in prinzipielle, optische Gemeinsamkeiten zwischen Spiegel und Gitter. In beiden Fällen sind in der eingebundenen Perspektive virtuelle, räumliche Bilder sichtbar, die sich perspektivisch in einem räumlichen Sehraum befinden. Außerdem legen Schattenverläufe, die in abgelöster Perspektive sichtbar werden, in beiden

Fällen nahe, von einem vollwertigen, gemeinsamen optischen Raum zu sprechen, der neben den sichtbaren Tastdingen auch deren virtuelle Bilder einschließt. Ähnlich wie diese Umstände am Spiegel ihren Ausdruck im Spiegelraum-Konzept finden, wurde versucht, ein entsprechendes Beugungsraum-Konzept für das Gitter zu umreißen. Die größte Herausforderung bestand darin, die Orte der Nebenbilder im Gitterraum anzugeben.

Es scheint, dass die Lösung dieser Aufgabe in zwei Schritten vollzogen werden muss. Im ersten Schritt geht es um die Frage, in welcher geometrischen Beziehung die Gesamtheit zueinander gehöriger Nebenbilder steht. Als Antwort wurde oben gefunden: Die Gesamtheit zueinander gehöriger Nebenbilder befindet sich auf einer Konchoide, deren Form u. a. vom Beobachterstandpunkt abhängig ist und durch die simple Längengleichheit von Sicht- und Tastweg bedingt wird.

Im zweiten Schritt müsste nun noch die Frage beantwortet werden, wo genau auf der Konchoide sich jedes einzelne der zueinander gehörigen Nebenbilder befindet. Dabei wäre auch der Tatsache Rechnung zu tragen, dass die Nebenbilder von farbigen Säumen geziert werden, deren Breiten mit der Größe der Beugungsordnung anwachsen. Denn einzelne scharfe Nebenbilder erscheinen letztlich nur im Durchblick durch geeignete farbige Filter oder bei monochromatischer Beleuchtung. Es käme also neben der Gitterkonstanten auch die Wellenlänge bzw. Basislänge  $\lambda$  ins Spiel.

Dieser umfassende zweite Schritt kann hier nicht vollzogen werden. Insofern bleibt der Aufsatz am Ende doch nur ein Wegweiser vom Spiegelraum-Konzept her in die Richtung eines eventuellen, späteren Beugungsraum-Konzepts. Aber die Möglichkeit dieses Weges scheint uns zumindest klar aufgezeigt zu sein.

### 3. Literatur

- [1] SCHÖN, Lutz-Helmut (1994): Ein Blick in den Spiegel – Von der Wahrnehmung zur Physik. In: Physik in der Schule 32, 1, 2-5.
- [2] ERB, Roger (1994). Optik mit Lichtwegen. Bochum, Magdeburg: Westarp-Wiss.
- [3] WEBER, T.; SCHÖN, L.-H. (2000): Spiegelwelt statt Reflexionsgesetz – Vorschläge zum Anfangsunterricht über Optik. In: NiU 11, 60, 30-36.
- [4] GREBE-ELLIS, Johannes (2005). Grundzüge einer Phänomenologie der Polarisation. Berlin: Logos.
- [5] SOMMER, Wilfried (2005). Zur phänomenologischen Beschreibung der Beugung im Konzept optischer Wege. Berlin: Logos.
- [6] THEILMANN, Florian (2006): Wie kinematisch ist die Lichtgeschwindigkeit? In: Grebe-Ellis, J.; Theilmann, F. (Hrsg.): Open Eyes 2005. Tagungsband. Berlin: Logos.
- [7] MÜLLER, M.; GREBE-ELLIS, J. (2007): Spiegelbilder der Sonne im Tropfen – Zur Phänomenologie des Regenbogens. In: Nordmeier, V.; Oberländer, A. (Hrsg.): Didaktik der Physik – Regensburg 2007. Berlin: Lehmanns Media.
- [8] MÜLLER, M.; GREBE-ELLIS, J. (2008): Kautistiken – Zur Bildentstehung an sphärischen Spiegeln. In: Nordmeier, V.; Oberländer, A. (Hrsg.): Didaktik der Physik – Berlin 2008. Berlin: Lehmanns Media.
- [9] MAIER, Georg (1986). Optik der Bilder. Dürna: Verlag Kooperative Dürna.
- [10] MAIER, Georg (2004). blicken-sehen-schauen. Dürna: Verlag Kooperative Dürna.
- [11] VON MACKENSEN, M.; OHLENDORF, H.-C. (1998). Modellfreie Optik. Kassel: Pädagogische Forschungsstelle.
- [12] GREBE-ELLIS, J.; SOMMER, W.; RANG, M.; SCHÖN, L.-H. (2008): Anwendungen des Spiegelraum-Konzeptes am Beispiel von optischer Rückkopplungssperre und Beugung am Raumgitter. In: Nordmeier, V.; Grötzebach, H. (Hrsg.): Didaktik der Physik – Berlin 2008. Berlin: Lehmanns Media.
- [13] SOMMER, W.; GREBE-ELLIS, J.; VOGT, J. (2004): Zur Beugung - Von einfachen Freihandversuchen über die Laue-Kegel zum reziproken Gitter und zur Ewald-Kugel. In: Physik und Didaktik in Schule und Hochschule (Phy-Did) 3, 2, 67-86.
- [14] BEIER, Paul (2008). Der Blick durch feinkörnige Medien. Wissenschaftliche Hausarbeit zur Ersten Staatsprüfung für das Amt des Studienrates. Am: Institut für Physik der HU-Berlin, AG Didaktik der Physik.