

Quelle: Blömeke, S., Suhl, U., Kaiser, G., Felbrich, A. & Schmotz, Ch. (2010). Lerngelegenheiten und Kompetenzerwerb angehender Mathematiklehrkräfte im internationalen Vergleich. *Unterrichtswissenschaft*, 38(1), 29-50.
[Seitenzahlen bitte der Zeitschriftenversion zufolge zitieren]

Lerngelegenheiten und Kompetenzerwerb angehender Mathematiklehrkräfte im internationalen Vergleich

Sigrid Blömeke, Ute Suhl, Gabriele Kaiser, Anja Felbrich, Christiane Schmotz & Rainer Lehmann

Die Lehrerbildung stellt im internationalen Vergleich unterschiedlich umfangreiche Lerngelegenheiten bereit, um angehenden Lehrkräften die für die erfolgreiche Bewältigung ihrer beruflichen Aufgaben nötigen professionellen Kompetenzen zu vermitteln. Aus der Unterrichtsforschung ist bekannt, dass Unterschiede in Lerngelegenheiten signifikant mit unterschiedlichen Schülerleistungen einhergehen (Helmke, 2004; Helmke & Weinert, 1997; Rosenshine, 1979). Basierend auf Daten aus der Studie „Mathematics Teaching in the 21st Century (MT21)“ ist Ziel des vorliegenden Beitrags, Umfang und Inhalte der Ausbildung angehender Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I international-vergleichend zu beschreiben und diese auf ihren Zusammenhang zu erworbenen Kompetenzen, insbesondere zum mathematischen und mathematikdidaktischen Wissen hin zu untersuchen.¹

Lehrerkompetenzen, Professionswissen, Lehrerbildung, internationaler Vergleich, teacher knowledge, teacher education, opportunities to learn, international comparison

Opportunities to learn in teacher education and professional competencies of future mathematics teachers – an international comparison

Teacher education provides different opportunities to learn (OTL) in different countries. We know from instructional research that such differences may lead to significant differences in student achievement. Based on data from the study “Mathematics Teaching in the 21st Century (MT21)” the present study examined the amount and the content of future secondary mathematics teachers’ OTL in five countries. In addition, the relationship of OTL and professional competencies was examined, specifically with respect to mathematics content knowledge (MCK) and mathematics pedagogical content knowledge (MPCK). It turned out that huge differences in opportunities to learn mathematics exist. Future teachers from the Taiwanese and Korean samples had significantly more such OTL than their counterparts from Bulgaria, Germany, and the USA. The differences were less pronounced with respect to mathematics pedagogy. MCK and MPCK were significantly positively related to OTL in mathematics whereas OTL in mathematics pedagogy did not have an additional effect on MPCK. These results are discussed with respect to the nature of MPCK and the nature of the test instruments.

¹ MT21 wurde von der *National Science Foundation* unter dem Stichwort „P-TEDS: Learning to teach mathematics“ als Feldstudie für die internationale Vergleichsstudie der IEA TEDS-M gefördert (REC-0231886). Die hier geäußerten Thesen sind die der Autorinnen und Autoren und repräsentieren nicht die Meinung der Stiftung.

1 Forschungsstand und Fragestellungen

Der bisherige Forschungsstand zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung leidet darunter, dass kaum Angaben dazu vorliegen, was angehenden Lehrkräften vermittelt worden ist (Schaefers, 2002; Blömeke, 2004; Cochran-Smith & Zeichner, 2005; Baumert & Kunter, 2006). Insbesondere internationale Vergleichsstudien und domänenspezifische Untersuchungen stellen seltene Ausnahmen dar. Analysen zum Zusammenhang von Lerngelegenheiten in der Lehrerausbildung und erworbenen Kompetenzen waren damit bisher kaum möglich. Trotz dieses Mangels an empirischen Daten wird die Lehrerausbildung in vielen Ländern als „low impact enterprise“ oder „weak intervention“ vor allem im Vergleich zur eigenen Schulerfahrung und der späteren beruflichen Sozialisation von Lehrkräften bezeichnet (Lortie, 1975; Zeichner & Tabachnick, 1981; Richardson, 1996).

In der in sechs Ländern durchgeführten Studie „Mathematics Teaching in the 21st Century (MT21)“ wurden daher erstmals standardisierte fachspezifische Instrumente zur Erhebung von Lerngelegenheiten angehender Lehrkräfte in der Lehrerausbildung einerseits und ihren erworbenen Kompetenzen andererseits entwickelt. MT21 bezieht sich auf Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I in Südkorea, Taiwan, Bulgarien, Deutschland, USA und Mexiko. Die sechs Länder repräsentieren die Haupttypen an Lehrerausbildungssystemen (Eurydice, 2004; OECD, 2005), indem sowohl grundständige als auch konsekutive Programme vertreten sind.

Eine erste Zielsetzung des vorliegenden Beitrags besteht darin, die zwischen den MT21-Teilnahmeländern bestehenden quantitativen Unterschiede in den mathematischen und mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten systematisch zu erfassen und zu dokumentieren. Die Curriculum-Analysen im Zuge der TIMS-Studie (1995) hatten beträchtliche Unterschiede im inhaltlichen und zeitlichen Umfang des Mathematikunterrichts der Teilnahmeländer aufgezeigt (Schmidt et al., 1997). Dies legte die Vermutung nahe, dass entsprechende Unterschiede auch die Lehrerausbildung prägen. Dabei gibt der *inhaltliche* Umfang einen Hinweis auf die *Breite* der fachbezogenen Ausbildung, während der *zeitliche* Umfang einen Hinweis auf die *Tiefe* gibt, in der die Auseinandersetzung mit den Inhalten erfolgen kann. Wir nehmen an, dass diese beiden Merkmale in engem Zusammenhang stehen, d.h. dass dort, wo mehr Zeit für die Ausbildung zur Verfügung steht, auch mehr Inhalte belegt werden können.

Mit den MT21-Daten wird darüber hinaus eine Analyse des Zusammenhangs zwischen dem Umfang an Lerngelegenheiten und dem Kompetenzerwerb, hier vor allem zum mathematischen und mathematikdidaktischen Wissen durchgeführt. Bisherige Projektveröffentlichungen (siehe v.a. Schmidt et al., 2007) haben Letzteres bisher lediglich beschrieben. Danach weisen die getesteten Lehrkräfte aus Südkorea und Taiwan sowohl ein höheres fachliches als auch ein höheres fachdidaktisches Wissen auf als alle übrigen Testpersonen (vgl. ebd., S. 23ff). Besonders niedriges Wissen in beiden Domänen weisen angehende Mathematiklehrkräfte aus Bulgarien auf, in Mathematik aber auch jene aus Mexiko. Deutsche Lehrkräfte erreichen jeweils ein Niveau, das um den internationalen Mittelwert liegt. Insgesamt fallen die Länderunterschiede im mathematischen Wissen im Vergleich zu jenen im mathematikdidaktischen Wissen weit größer aus.

Der vorliegende Beitrag geht nun der Frage nach, inwieweit Unterschiede im Umfang der Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Leistungsunterschiede verantwortlich sind. Gestützt auf die Erkenntnisse der Unterrichtsforschung gehen wir von einem signifikant positiven Zusammenhang zwischen mathematischen Lerngelegenheiten und mathematischem Wissen sowie zwischen mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten und mathematikdidaktischem Wissen aus. Diese Vermutung wird durch unsere Analysen zur deutschen MT21-Teilstichprobe gestützt. In dieser finden sich angehende Sekundarstufen-I- und -II-Lehrkräfte sowie angehende Primar- und Sekundarstufen-I-Lehrkräfte. Erstere hatten deutlich umfangreichere fachbezogene Lerngelegenheiten und weisen einen Leistungsvorsprung gegenüber Letzteren auf (vgl. Blömeke et al., 2008c). Solche ausbildungsgangspezifischen

Unterschiede zeigten sich auch bei *praktizierenden* Lehrkräften in Deutschland (Brunner et al., 2006).

Im vorliegenden Beitrag konzentrieren wir uns dabei auf die Untersuchung der Frage, ob sich ein solcher positiver Zusammenhang zwischen dem Umfang an Lerngelegenheiten und dem Wissenserwerb für die Ausbildung von Mathematiklehrkräften für die Sekundarstufen I und II nachweisen lässt: Zum einen liegen für diesen Ausbildungsgang in *MT21* Daten aus mehreren Ländern (Bulgarien, Deutschland, Südkorea, Taiwan und USA) vor, wodurch eine international-vergleichende Perspektive ermöglicht wird. Zum anderen wird durch die Konzentration auf nur einen Ausbildungsgang eine mögliche Konfundierung der Ergebnisse durch ausbildungsgangspezifische Unterschiede vermieden.

Die deutschen Ergebnisse deuten darauf hin, dass vermutlich nicht nur das je spezifische Wissen und die Lerngelegenheiten zusammenhängen, sondern dass der Erwerb mathematikdidaktischen Wissens auch signifikant positiv vom Umfang der Lerngelegenheiten in *Mathematik* beeinflusst ist (vgl. Blömeke et al., 2008c). Die Unterscheidung zwischen fachdidaktischem Wissen (*pedagogical content knowledge*) und Fachwissen (*content knowledge*) wird in der Mathematikdidaktik seit Jahren intensiv diskutiert, insbesondere unter dem Aspekt, ob eine Separierung überhaupt möglich ist und wenn ja, wie diese zu konzeptualisieren sei. In ihrer grundlegenden Auseinandersetzung mit dem Ansatz von Shulman zeigen Graeber und Tirosh (2008) auf, dass viele Konzeptionen in einem gewissen Maße immer noch schwer fassbar sind. Im Anschluss an Bromme (1992) verstehen wir mathematikdidaktisches Wissen als denjenigen Bereich, in dem mathematisches Wissen, Wissen über curriculare Konzeptionen zum Mathematikunterricht und unterrichtspraktische Aspekte sowie das Wissen über Schülervorstellungen aufeinander bezogen werden. Die Beherrschung der mathematischen Grundlagen muss dann als Voraussetzung angesehen werden, um didaktische Fragen angemessen bearbeiten zu können. Insofern liegt die Vermutung nahe, dass das Ausmaß des mathematikdidaktischen Wissens auch durch den Umfang der *mathematischen* Lerngelegenheiten beeinflusst wird. Die international-vergleichende Perspektive ermöglicht eine erste Antwort auf die Frage, inwieweit die Zusammenhänge generalisierbar sind oder ob es länderspezifische Besonderheiten der Ausbildungsgänge zu berücksichtigen gilt.

2 Theoretischer Rahmen

Das in *MT21* zugrunde gelegte Modell zur Wirksamkeit der Mathematiklehrerausbildung unterscheidet zwischen institutionellen Lerngelegenheiten, individuellen Voraussetzungen und individuellen Wirkungen. Auf diese Weise wird der Kompetenzerwerb angehender Lehrkräfte als abhängig von individuellen Merkmalen und von Merkmalen der Ausbildung angesehen.

Ein Element der *institutionellen Lerngelegenheiten* ist unter anderem der inhaltliche und zeitliche Umfang der Ausbildung. Analytisch werden die entsprechenden Lerngelegenheiten in Fachwissenschaft, Fachdidaktik, Pädagogik und Schulpraxis ausdifferenziert, die neben allgemeinbildenden Inhalten und Zweitfächern die vier Hauptkomponenten der Ausbildungssysteme in den sechs *MT21*-Teilnahmeländern darstellen. Für eine weitere analytische Ausdifferenzierung der Lerngelegenheiten werden in einem ersten Schritt die Bereiche Mathematik und Mathematikdidaktik unterschieden. Mit diesem Zugang wird die traditionelle Struktur der Lehrerausbildung aufgenommen (Blömeke, 2002), die zwischen fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Ausbildungsanteilen unterscheidet.

Die mathematischen Inhalte werden sodann gemäß einer stoffdidaktischen Tradition (Pepin, 1999) weiter nach fünf Gebieten unterschieden: Arithmetik, Algebra, Funktionen, Geometrie und Statistik. Die ersten vier stellen Gebiete dar, die weltweit – wenn auch mit unterschiedlichen Anteilen (Schmidt et al., 1997) – zum Standardrepertoire des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe I gehören. Statistik ist dagegen ein Gebiet, dem neuerdings aufgrund seiner

hohen Anwendungsrelevanz in Alltag und Wissenschaft zunehmendes Gewicht eingeräumt wird (NCTM, 2000; KMK, 2004).

Die mathematikdidaktischen Inhalte werden ebenfalls weiter ausdifferenziert, und zwar zum einen auf den mathematischen Gegenstand und zum anderen auf die fachübergreifenden berufsbezogenen Disziplinen der Pädagogik und Psychologie bezogen. Erstgenannte Unterscheidung bezieht sich auf die didaktische Aufbereitung der fünf mathematischen Gebiete Arithmetik, Algebra, Funktionen, Geometrie und Statistik; letztgenannte auf die mathematikdidaktische Konkretisierung allgemeiner berufsbezogener Grundlagen, zum Beispiel psychologischer Lerntheorien oder allgemeindidaktischer Modelle der Unterrichtsplanung.

Den Kern *individueller Wirkungen* der Lehrerausbildung stellen die professionellen Kompetenzen dar, mit denen Lehrkräfte berufliche Anforderungen erfolgreich bewältigen. *MT21* fokussiert in diesem Zusammenhang auf die beruflichen Anforderungen des Unterrichts und Diagnostizierens. Im Anschluss an Weinert (1999) werden die Unterrichts- und Diagnostikkompetenzen analytisch in kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie in damit verbundene motivationale, volitionale und soziale Bereitschaften und Fähigkeiten ausdifferenziert. In Bezug auf die kognitive Dimension wird dann noch einmal zwischen mathematischem und mathematikdidaktischem Wissen unterschieden, um den Anschluss an die im internationalen Diskurs prominente Ausdifferenzierung des fachbezogenen Lehrerwissens in *content knowledge* und *pedagogical content knowledge* herstellen zu können (Shulman, 1985; Bromme, 1992). Ähnliche Konzeptualisierungen werden auch in anderen Studien verwandt. So unterscheidet etwa die COACTIV-Studie von Baumert, Blum und Neubrand ebenfalls zwischen mathematischem und mathematikdidaktischem Wissen (Krauss et al., 2004), und die Gruppe um Ball und Bass schlägt eine Klassifikation von Lehrerprofessionswissen vor, die zwischen Fachwissen, Wissen über Inhalte und Lernende sowie Wissen über Inhalte und Lehren unterscheidet (Hill, Ball & Schilling, 2008).

3 Untersuchungsdesign und methodisches Vorgehen

3.1 Stichprobe

Die *MT21*-Stichprobe angehender Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I am Ende ihrer Ausbildung umfasst insgesamt 1.127 Personen. In die hier vorgelegten Analysen fließen aufgrund der Beschränkung auf die Ausbildungsgänge für die Sekundarstufen I und II die Daten von 691 Personen ein: Dies sind die vollständigen Stichproben aus Bulgarien, Südkorea und Taiwan, wo Sekundarstufen-I-Lehrkräfte ausschließlich für den Unterricht in den Sekundarstufen I und II ausgebildet werden, sowie die entsprechenden Teilstichproben aus Deutschland und den USA. Für Deutschland wurden also die angehenden Gymnasial- und Gesamtschullehrkräfte, für die USA die angehenden High-School-Lehrkräfte einbezogen, während die deutschen Grund-, Haupt- und Realschullehrkräfte bzw. die amerikanischen Primary- und Middle-School-Lehrkräfte ausgeschlossen wurden. Da in Mexiko nur spezialisierte Sekundarstufen-I-Lehrer ausgebildet werden, wurde diese Teilstichprobe komplett ausgeschlossen. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die Zusammensetzung der Stichprobe.

Innerhalb der Länder wurden die Ausbildungsinstitutionen in einem mehrschrittigen Prozess ausgewählt, wobei die Kriterien Region, Größe, Typus und Eingangsselektivität – festgemacht an der für eine Zulassung erforderlichen Schul- oder Testleistungen – Berücksichtigung fanden. Dieses Vorgehen führte zur Ziehung von drei Universitäten in Bulgarien, vier in Südkorea, fünf in Taiwan und zwölf in den USA. In Deutschland musste der Zweistufigkeit der Lehrerausbildung Rechnung getragen werden, sodass zunächst Ausbildungsregionen gezogen wurden, in denen dann Datenerhebungen an den jeweils vorhandenen Universitäten (insgesamt 4) und allen umliegenden Studienseminaren (für die Sekundarstufen I und II insgesamt

13) erfolgten. Die Rekrutierung der Studierenden und Referendare erfolgte über die Lehrveranstaltungen in Mathematik und Mathematikdidaktik bzw. die Fachseminare in Mathematik.

Tabelle 1: Größe der Stichproben angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufen I und II am Ende ihrer Ausbildung

	Bulgarien	Deutschland	Südko- rea	Taiwan	USA	Gesamt
<i>n</i>	100	153	104	265	69	691
Institu- tionen	3	4 Regionen (mit 4 Universitäten und 13 Studienseminaren)	4	5	7	23

Rund 75% der angehenden Sekundarstufenlehrkräfte aus Bulgarien und den USA sind weiblich. Dies gilt nur für gut 60 Prozent der Lehrkräfte aus Südkorea sowie für rund die Hälfte aus Deutschland und Taiwan. Die Lehrkräfte in der deutschen Stichprobe sind deutlich älter als die in den übrigen Stichproben und verteilen sich über ein größeres Altersspektrum (siehe Tabelle 2). Vor allem die angehenden Sekundarstufenlehrkräfte aus Bulgarien, aber auch jene aus Südkorea und Taiwan stellen sich dagegen als sehr homogen dar. Die Unterschiede hängen mit der jahrgangsförmigen Organisation der Lehrerausbildung in diesen Ländern sowie mit dem Einstiegsalter und der Länge der Ausbildung zusammen.

Tabelle 2: Anteile angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufen I und II am Ende ihrer Ausbildung an den jeweiligen Alterskategorien pro Stichprobe

	Bulgarien	Deutschland	Südkorea	Taiwan	USA
18-21	11.3	0.7	0.6	0.4	16.0
22-24	82.8	3.5	57.4	64.4	53.2
25-27	1.9	27.9	34.9	19.3	10.3
28-30	0.8	24.6	6.6	11.1	5.0
31-35	3.1	21.0	0.6	2.7	6.8
36-39	0.0	11.9	0.0	0.7	5.7
40 +	0.0	10.5	0.0	1.5	3.0

In Bulgarien und Südkorea dauerte die Ausbildung der Probanden aus den *MT21*-Stichproben vier, in den USA je nach Ausbildungsinstitution vier bzw. fünf Jahre. Sowohl die theoretischen als auch die integrierten praktischen Ausbildungsanteile wurden in diesen Ländern von Universitäten verantwortet. In Taiwan umfasste die Ausbildung generell fünf Jahre: vier Jahre an zum Teil ausschließlich auf die Lehrerausbildung spezialisierten Universitäten, gefolgt von einem fünften Jahr in der Schulpraxis. In Deutschland schloss sich an ein 4,5 Jahre langes universitäres Studium ein zweijähriges Referendariat an staatlichen Studienseminaren an. Außer in Deutschland mit seiner Zwei-Fach-Ausbildung haben die angehenden Sekundarstufen-I- und -II-Lehrkräfte in den übrigen Ländern nur ein Hauptfach studiert, für unsere Studie war dies Mathematik. Im Umfang eines Nebenfaches mussten allerdings überall zumindest einige weitere Veranstaltungen belegt werden, entweder ein zweites „kleines“ Fach (Bulgarien, zum Teil in den USA) oder allgemeinbildende Anteile (Südkorea, Taiwan, zum Teil in den USA).

Die variierenden Ausschöpfungsquoten in der Zusammensetzung der Stichproben wurden durch geeignete Strukturgewichtungsverfahren nach dem Modell gleicher Ziehungswahr-

scheinlichkeiten (*response homogeneity group*-Modell; Särndal, Swensson & Wretman, 1997) für Individuen pro Institution und für Institutionen pro Ausbildungsregion schrittweise ausgeglichen, um die Genauigkeit der Ergebnisse zu verbessern (Kish, 1965). Die fünf Stichproben sind damit für die in der Auswahl befindlichen 23 Institutionen bzw. Regionen repräsentativ, nicht aber für die beteiligten Länder insgesamt. Insofern wird bei der Diskussion der Befunde im Folgenden von „Teilnahmeregionen“ bzw. „MT21-Stichproben“ statt von Ländern gesprochen. Die Gewichtungsfaktoren liegen wegen der geringen Stichprobenausfälle dicht um 1, sodass so bedingte Verzerrungen weitgehend ausgeschlossen werden können (Gelman & Carlin, 2002). In Deutschland lag die Ausschöpfungsquote für die hier betrachtete Kohorte der angehenden Lehrkräfte am Ende ihrer Ausbildung bei 80% (für weitere Details siehe Blömeke, Felbrich & Müller, 2008a, S. 34ff).

3.2 Instrumente

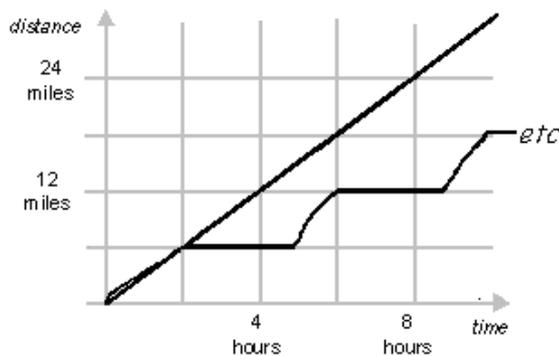
Das mathematische und mathematikdidaktische Wissen der angehenden Mathematiklehrkräfte wurde standardisiert auf Individualebene in Form von Tests erhoben. Der Umfang ihrer Lerngelegenheiten in Mathematik und Mathematikdidaktik wurden zum einen ebenfalls standardisiert auf Individualebene in Form einer Befragung durchgeführt, die den inhaltlichen Umfang der Ausbildung zum Gegenstand hatte, sowie zum anderen auf der Ebene der Ausbildungsinstitutionen in Form von Analysen der jeweiligen Curricula, die den zeitlichen Umfang zum Gegenstand hatten. Alle Instrumente wurden unter Einbezug bewährter Items aus vorliegenden Studien von den nationalen Projektteams bzw. von Mathematikern, Mathematikdidaktikern und Erziehungswissenschaftlern aus unterschiedlichen Ländern im Zuge von Item-Workshops entwickelt, mehreren Expertenreviews unterzogen und mehrfach pilotiert. Zudem erfolgten Analysen auf differentielle Itemfunktionen, um die länderübergreifende Passung der Instrumente zu gewährleisten.

J74. Die folgende Aufgabe wurde Schüler(innen) der Sekundarstufe gegeben.

Eine Fabel

Ein Hase und ein Igel beschlossen, einen Marathon (26 Meilen) zu laufen. Der Hase rannte zuversichtlich los, fühlte sich ob seiner hohen Geschwindigkeit überlegen. Er lief 6 Meilen/Stunde während 2 Stunden und entschied sich dann, ein Nickerchen von 3 Stunden einzulegen. Er wollte dieses Muster beibehalten, 2 Stunden laufen, 3 Stunden Pause, bis zum Ende des Rennens. Der Igel behielt bis zum Ende des Rennens das gleichmäßige Tempo von 3 Meilen/Stunde bei und blieb nicht stehen.

Ein Schüler zeichnete zwei Graphen in das untenstehende Koordinatensystem, die mit der Geschwindigkeit der beiden korrespondieren. .



Der Schüler zieht folgende Schlussfolgerung: Der Igel gewinnt das Rennen, weil der Hase zu lange pausiert. Der Igel gewinnt, weil der Igel ein gleichmäßiges Tempo während des ganzen Rennens läuft. (Er läuft langsamer, aber macht keine Pausen.)

Welche der folgenden Aussagen sind für die Antwort des Schülers richtig?

Kreuzen Sie **ein** Kästchen in jeder **Zeile** an.

	<i>Ja</i>	<i>Nein</i>	<i>Bin nicht sicher</i>
1. Die Geschwindigkeit des Igels kann korrekt aus dem Graphen entnommen werden.			
2. Die Längen der Pausen des Hasen sind korrekt.			
3. Die Geschwindigkeit des Hasen kann korrekt aus dem Graphen entnommen werden.			
4. Die Strecke des Igels ist korrekt gezeichnet.			
5. Die Laufintervalle des Hasen sind korrekt gezeichnet.			
6. Die Schlussfolgerung des Schülers folgt aus dem gezeichneten Graphen			

Abb. 1: Mathematikdidaktische Beispielaufgabe in MT21

3.2.1 Erfassung des mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens

Der Leistungstest erfasste mit 34 Items mathematisches und mit 46 Items mathematikdidaktisches Wissen.² Das Interesse, reliabel über die Subskalen Arithmetik, Algebra, Funktionen, Geometrie und Statistik berichten zu können, erforderte einerseits hinreichend große Itemzahlen. Andererseits sollte die Bearbeitungszeit des Leistungstests begrenzt sein, um eine Verzerrung der Ergebnisse durch die Bearbeitungsgeschwindigkeit zu vermeiden. Daher wurde ein Matrixdesign mit zwei Testheften verwendet.

Die Fabel vom Wettrennen zwischen Hase und Igel ist ein typisches Beispiel für mathematikdidaktische Aufgaben aus dem Inhaltsgebiet Funktionen (siehe Abb. 1). Bei den Teilaufgaben 1 und 2 ist »ja« die korrekte Lösung, bei den Teilaufgaben 3 bis 6 »nein«. Die Einschätzung von Aussage 4 erfordert dabei präzise Analysen, da der in der Abbildung dargestellte Graph und damit die vom Igel zurückgelegte Wegstrecke über das Ziel hinausgeht. Die Einschätzung von Aussage 6 ist als schwer anzusehen, weil die Schlussfolgerung des Schülers neben falschen auch korrekte Elemente enthält.

In Abb. 2 ist eine Beispielaufgabe aus dem Inhaltsgebiet der Algebra dokumentiert. Darin ist die Anzahl der Lösungen einer quadratischen Gleichung zu bestimmen. Option 3 stellt die korrekte Lösung dar. Das Item ist ein Beispiel für die in *MT21* angewendete Idee, Distraktoren nach bekannten konzeptionellen Fehlvorstellungen angehender Lehrkräfte zu formulieren. Auf diese Weise sollen Detailanalysen ermöglicht werden, die unterhalb der Ebene „falsch – richtig“ Hinweise auf das Niveau des fachbezogenen Wissens geben, indem den falschen Antworten eine unterschiedliche Qualität zukommt. Im konkreten Fall heißt dies beispielsweise, dass die ersten beiden falschen Optionen den Umgang mit Lösungsstrategien für quadratische Gleichungen testen, während die beiden letzten falschen Optionen den Umgang mit Parametern erfassen.

B47. Wenn $a > 0$ ist, wie viele verschiedene reelle Lösungen hat dann die Gleichung	
$x^2 + x - a = 0$?	
<i>Kreuzen Sie ein Kästchen an.</i>	
1. 0.....	<input type="checkbox"/>
2. 1.....	<input type="checkbox"/>
3. 2.....	<input type="checkbox"/>
4. Unendlich viele.....	<input type="checkbox"/>
5. Die Anzahl reeller Lösungen hängt vom Wert von a ab.....	<input type="checkbox"/>

Abb. 2: Beispiel-Item zur Erfassung mathematischen Wissens in *MT21*

Die Skalierung der mathematischen und mathematikdidaktischen Leistungsdaten erfolgte für den vorliegenden Beitrag mit Hilfe des in MPlus (Version 5.21 mit Combination-Add-on; Muthén & Muthén, 2008) implementierten zwei-parametrischen mehrdimensionalen logistischen Item-Response-Modells, bei dem die Schätzungen der Modellparameter über Maximum-Likelihood-Verfahren erfolgen, auf deren Basis anschließend die Personenparameter (*Expected A Posteriori*, EAP) berechnet wurden. Die Mathematik- und Mathematikdidaktik-Items laden in dem für diesen Beitrag zugrunde gelegten zweidimensionalen Modell jeweils auf einen Faktor („Between-Item-Multidimensionalität“, Adams, Wilson & Wang, 1997)³; die Varianz der beiden Dimensionen wurde jeweils auf 1 festgesetzt. Um schiefe Verteilungen und die Sampling-Gewichte berücksichtigen zu können, wurde ein robuster Schätzer (MLR) und für die Schätzung der Standardfehler ein Sandwich-Schätzer eingesetzt.

² Für die in Blömeke, Kaiser & Lehmann (2008) veröffentlichten Analysen zur deutschen Stichprobe hatten aus Reliabilitätsgründen acht Items aus dem Itempool entfernt werden müssen. Bei den hier vorgestellten Analysen wurden jedoch die vollständigen Tests zugrunde gelegt.

³ Der Test wurde ausführlichen Dimensionalitätsanalysen unterzogen (Einzelheiten siehe Blömeke et al., 2008c).

3.2.2 Erfassung des inhaltlichen Umfangs der fachbezogenen Lerngelegenheiten

Der inhaltliche Umfang an Lerngelegenheiten in Mathematik und Mathematikdidaktik wurde über Selbstberichte auf Individualebene durch eine Befragung der angehenden Sekundarstufenlehrkräfte erfasst. Ihnen wurden 31 Items vorgelegt, von denen sich 19 auf mathematische und 12 Items auf mathematikdidaktische Inhaltsgebiete bezogen. Die angehenden Lehrkräfte hatten jeweils anzugeben, ob sie sie belegt hatten oder nicht. Die Form oder Intensität, in welcher die Lehrkräfte den jeweiligen Inhalten ausgesetzt waren, wurden nicht erfasst.

Die 19 mathematischen Items decken die oben angeführten fünf Subdimensionen Arithmetik, Algebra, Funktionen, Geometrie und Statistik ab. Beispiele sind Zahlentheorie, Lineare Algebra, Mehrdimensionale Analysis, Axiomatische Geometrie und Wahrscheinlichkeitstheorie. Beispiele für die 12 mathematikdidaktischen Items, die einerseits stoffbezogen und andererseits auf pädagogische und psychologische Grundlagen ausgerichtet sind, sind Didaktik der Geometrie einerseits sowie Leistungsbewertung im Mathematikunterricht und Geschichte der Schulmathematik andererseits.

Die Items wurden jeweils zu einer Skala für Mathematik und Mathematikdidaktik derart zusammengefasst, dass der Score den Prozentanteil der von den Studienteilnehmern jeweils belegten einschlägigen Themengebiete anzeigt. Der Anteil fehlender Werte liegt für beide Skalen in allen Stichproben unter zwei Prozent.

3.2.3 Erfassung des zeitlichen Umfangs der fachbezogenen Lerngelegenheiten

Der zeitliche Umfang von Mathematik und Mathematikdidaktik gibt einen Hinweis darauf, welcher Anteil der Ausbildung für fachbezogene Lerngelegenheiten zur Verfügung gestellt wird. Dies kann einerseits als Indikator für die Tiefe angesehen werden, in der sich angehende Lehrkräfte mit mathematischen und mathematikdidaktischen Inhalten auseinandersetzen können. Andererseits nehmen wir an, dass mehr Zeit auch die Möglichkeit einräumt, mehr Inhalte zu belegen. In Ergänzung zur Erfassung der Lerngelegenheiten auf der Individualebene fand daher eine Analyse der Studien- und Prüfungsordnungen statt, die an den für *MT21* gezogenen Universitäten galten (Schmidt, Blömeke & Tatto, im Druck). Die Ergebnisse für die einzelnen Institutionen werden auf Länderebene in Form von Mittelwerten zusammengefasst.

Im Zuge dieser Analysen wurde deutlich, dass die *MT21*-Länder unterschiedliche Traditionen aufweisen, was die Gesamtzahl der in der Lehrerausbildung zu belegenden Lehrveranstaltungen und die damit verbundenen Erwartungen an die Vor- und Nachbereitungszeit angeht. Während in Südkorea, Taiwan und USA gemittelt über die jeweiligen Ausbildungsinstitutionen insgesamt rd. 140 Semesterwochenstunden belegt und diese intensiv vor- und nachbereitet werden müssen, werden in Bulgarien im Mittel 210 Stunden an Lehrveranstaltungen mit entsprechend geringerer Vor- und Nachbereitung erwartet. Deutschland liegt zwischen diesen beiden Traditionen: Angehende Gymnasiallehrkräfte müssen im Mittel etwa 160 Semesterwochenstunden absolvieren. Im Interesse einer einheitlichen Metrik wird der Umfang an mathematischen und mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten im Folgenden daher als relativer Anteil am jeweiligen Gesamtumfang der universitären Lehrerausbildung berichtet.

3.3 Analysen zum Zusammenhang von Lerngelegenheiten und Testleistung

Zur Prüfung der Frage, inwieweit der Wissenserwerb vom Umfang der belegten Lerngelegenheiten beeinflusst ist, wird ein Mehrgruppen-Pfadmodell aufgestellt, in das die Personenparameter aus der Skalierung der mathematischen und mathematikdidaktischen Testdaten (EAP-Werte) sowie die auf Individualebene erhobenen Skalenwerte zum inhaltlichen Umfang der Lerngelegenheiten in Mathematik und Mathematikdidaktik eingehen. Entsprechend unseren Hypothesen dienen dabei Lerngelegenheiten in Mathematik als Prädiktor sowohl für mathe-

matisches als auch für mathematikdidaktisches Wissen, während Lerngelegenheiten in Mathematikdidaktik nur als Prädiktor für mathematikdidaktisches Wissen angesehen werden. Außerdem werden sowohl zwischen den beiden Prädiktoren als auch zwischen den Residuen der beiden abhängigen Variablen Korrelationen zugelassen. Die Schätzung der Modellparameter erfolgte in MPlus (Version 5.21 mit Combination-Add-on; Muthén & Muthén, 2008) über Maximum-Likelihood-Verfahren mit einem robusten Schätzer (MLR). Darauf hingewiesen sei, dass aufgrund des Verhältnisses von Länderstichprobenumfängen und Anzahl erforderlicher Modellparameter eine latente Modellierung nicht möglich ist. Damit wird die Stärke der Zusammenhänge aufgrund von Messfehlereinflüssen vermutlich eher unterschätzt.

Zur Prüfung der Frage, ob sich das Pfadmodell in den fünf *MT21*-Teilnahmeregionen replizieren lässt, wird in einem ersten Schritt ein Mehrgruppen-Modell betrachtet, bei dem alle Koeffizienten des Pfadmodells mit Ausnahme der Varianzen der Prädiktoren und der Residuen zwischen den Gruppen gleich gesetzt sind. Die Güte dieses Modells ist ausweislich des komparativen Fit-Index gut: TLI = .91. Der absolute Fit-Index weist allerdings darauf hin, dass für einzelne Stichproben ggf. eine freie Schätzung angemessener wäre: RMSEA = .12 (90%-CI = .09-.15). Auch der Chi-Quadrat-Test zur Prüfung der Modellpassung ($\chi^2 = 74.43$, $df = 25$, $p < 0.001$, Scaling Correction Factor = 1,167) deutet auf Unterschiede zwischen den Teilnahmeregionen hin. Daher wird in einem zweiten Schritt ein Mehrgruppen-Modell aufgestellt, bei dem zusätzlich die Korrelationen zwischen den Residuen der abhängigen Variablen pro Gruppe frei geschätzt, alle übrigen Restriktionen aber beibehalten werden. Dieses Vorgehen führt zu einer deutlichen Verbesserung der Modellpassung (TLI = .99; RMSEA = .04, 90%-CI = .00-.09; $\chi^2 = 26.28$, $df = 21$, $p > .19$, Scaling Correction Factor = 1,066). Das Modell unterscheidet sich nicht mehr signifikant vom saturierten Modell. Daraus kann geschlossen werden, dass die Daten der Annahme, weitere Länderunterschiede seien nicht vorhanden, nicht widersprechen.

3.4 Umgang mit fehlenden Werten

Für den Umgang mit fehlenden Werten aufgrund des Matrixdesigns wurde die *Full Information Maximum Likelihood*-Methode verwendet. Dieses Verfahren gelangt unter der Annahme, dass es sich bei fehlenden Werten um zufällig fehlende Werte handelt, zu erwartungstreuen und effizienten Schätzungen der Parameter (Little & Rubin, 1987). Angesichts der zufälligen Verteilung der beiden Testhefte kann von einem *Missing Completely at Random* ausgegangen werden. Nicht-designbedingte fehlende Werte durch Überspringen von Testteilen bzw. Testabbruch wurden als falsche Antworten gewertet. Damit kann eine Unterschätzung der Personfähigkeiten einhergehen, wenn größere Gruppen an Teilnehmenden so handeln (Rost, 2004). Eine Überprüfung ergab allerdings, dass dies für weniger als 5% der Stichprobe gilt.

4 Ergebnisse

Zunächst werden die deskriptiven Ergebnisse zum Umfang der Lerngelegenheiten im internationalen Vergleich dargelegt, bevor auf den Zusammenhang von Lerngelegenheiten und Kompetenzerwerb eingegangen wird.

4.1 Umfang der Lerngelegenheiten in der Mathematiklehrerausbildung

4.1.1 Inhaltlicher Umfang der Lerngelegenheiten

Wie in Abbildung 3 zu erkennen ist, unterscheiden sich die *MT21*-Stichproben basierend auf ihren Selbstauskünften deutlich in der inhaltlichen Breite der mathematischen Lerngelegenheiten, die sie während der Lehrerausbildung belegt haben. Boxplots veranschaulichen die Verteilungen mit Hilfe verschiedener robuster Lagemaße (v. a. den 25.-, 50.- und 75.- Perzentilen), zudem ist als Bezugslinie der internationale Median angegeben. Während die befragten Lehrkräfte der Sekundarstufen I und II aus Südkorea und Taiwan im Mittel um 80% der aufgeführten Inhaltsgebiete in ihrer Ausbildung abgedeckt haben, sind dies für die bulgarischen und amerikanischen Befragten nur um zwei Drittel sowie für deutsche Befragte – angesichts der Zwei-Fach-Ausbildung nicht überraschend – nur gut die Hälfte. Auffällig ist die Homogenität der beiden asiatischen Stichproben, während umgekehrt eine starke Streuung für die Angaben der deutschen Stichprobe festzustellen ist. Die Landeszugehörigkeit klärt mit 30% einen hohen Anteil an Varianz in den mathematischen Lerngelegenheiten auf.

Substanzielle Unterschiede zwischen den *MT21*-Stichproben lassen sich zwar auch für die Lerngelegenheiten in Mathematikdidaktik feststellen. Allerdings fallen diese deutlich geringer aus. Die Landeszugehörigkeit klärt auch nur noch 14% an Varianz in den Daten auf. Im Mittel um 40% der aufgeführten mathematikdidaktischen Inhaltsgebiete haben taiwanesisische, bulgarische, südkoreanische und amerikanische Mathematiklehrkräfte während der Ausbildung belegt. Signifikant weniger Lerngelegenheiten in Mathematikdidaktik geben die angehenden Lehrkräfte aus Deutschland an. Hier findet sich – deutlich unterschiedlich zur Situation in Mathematik – auch eine bedeutsame Gruppe, die angibt, keines der Inhaltsgebiete belegt zu haben. Eine Detailanalyse macht deutlich, dass diese Gruppe gehäuft in einer der vier gezogenen Ausbildungsregionen auftritt.

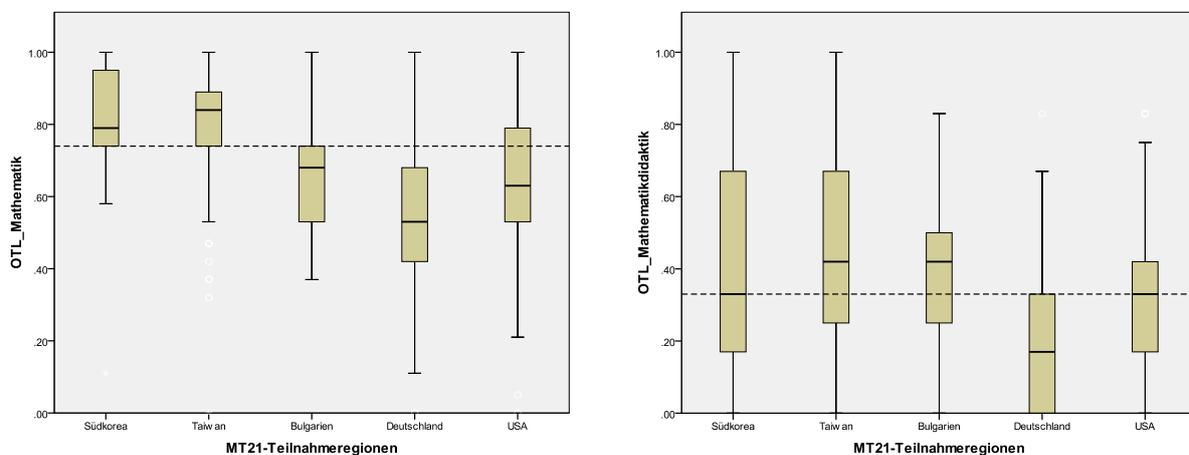


Abbildung 3: Lerngelegenheiten (OTL – *opportunities to learn*) in Mathematik (links) und Mathematikdidaktik (rechts) in den *MT21*-Teilnahmeregionen

Verglichen mit der Streuung der Angaben zu den Lerngelegenheiten in Mathematik ist die in Mathematikdidaktik deutlich größer, und zwar in allen an *MT21* beteiligten Teilnahmeregionen. Dies ist allerdings zum Teil lediglich darauf zurückzuführen, dass die Liste für Mathematikdidaktik kürzer ist als jene für Mathematik, womit die Prozentangaben größer ausfallen.

4.1.2 Zeitlicher Umfang der Lerngelegenheiten

Auf aggregierter Ebene wurde zusätzlich zu den Selbstauskünften der angehenden Sekundarstufen-I-Lehrkräfte eine Analyse der Studien- und Prüfungsordnungen vorgenommen, um

Hinweise auf den Anteil an der Lehrerausbildung zu bekommen, der für Mathematik und Mathematikdidaktik zur Verfügung gestellt wird. Dieser dürfte sich je nach Grundstruktur der Ausbildung – beispielsweise Ein-Fach- vs. Mehr-Fach-Ausbildungen – stark unterscheiden.

Tabelle 3: Anteil fachbezogener Lerngelegenheiten an der Mathematiklehrausbildung für die Sekundarstufen I und II (in Prozent)

	Mathematik	Mathematikdidaktik	Sonstiges
Südkorea	0.59	0.20	0.21
Taiwan	0.56	0.19	0.25
Bulgarien	0.46	0.17	0.37
Deutschland	0.35	0.05	0.60
USA	0.30	0.08	0.62

Tabelle 3 ist zu entnehmen, dass sich tatsächlich substantielle Unterschiede zwischen den Stichproben zeigen. In Südkorea und Taiwan wird mehr als die Hälfte der Ausbildungszeit auf Mathematik sowie weitere 20% auf Mathematikdidaktik verwendet. Maximal ein Viertel der Ausbildungszeit geht in der Ein-Fach-Ausbildung in pädagogisch-psychologische und allgemeinbildende Anteile.

In Bulgarien und Deutschland muss dagegen ein Nebenfach bzw. ein gleichberechtigtes zweites Fach belegt werden. Entsprechend ist hier der Anteil an sonstigen Inhalten größer und der Anteil an Mathematik fällt knapp unter die Hälfte bzw. auf gut ein Drittel. Auffällig ist der große Unterschied zwischen diesen beiden Ländern in Bezug auf den Anteil an Mathematikdidaktik. Während dieser in Bulgarien etwa dem in Südkorea und Taiwan entspricht, machen entsprechende Anteile in Deutschland nur etwa 5% des Ausbildungsumfangs aus. Zusammen kommt die fachbezogene Ausbildung hier daher nur auf einen Anteil von etwa 40% der universitären Ausbildung.

Ähnlich niedrig liegt der zeitliche Anteil fachbezogener Lerngelegenheiten in den USA. Allerdings ist hier im Vergleich zu Deutschland im Mittel der Ausbildungsinstitutionen der Umfang an fachmathematischer Ausbildung in der Sekundarstufenausbildung etwas geringer (30%), dafür jener an fachdidaktischer Ausbildung etwas höher (8%).

Schulpraktische Anteile müssen in allen Teilnahmeländern in Ergänzung zu den dargelegten stundenmäßigen Anforderungen absolviert werden: in Bulgarien, Südkorea und den USA in den Semesterferien bzw. vor allem im letzten Jahr der Ausbildung begleitend zu den universitären Lehrveranstaltungen, in Deutschland und Taiwan überwiegend im Anschluss an die universitäre Ausbildung während der zwei- bzw. einjährigen praktischen Ausbildung. In Südkorea beträgt die Dauer der Praktika insgesamt vier und in Bulgarien acht Wochen. In den USA hängt die Dauer stark von der jeweiligen Ausbildungsinstitution ab. Über die in *MT21* vertretenen Institutionen hinweg betrachtet, handelte es sich im Mittel um zwölf Wochen.

Vergleicht man dem Umfang an Lerngelegenheiten, wie er von den angehenden Lehrkräften berichtet wird, und die Ergebnisse der Analyse von Studien- und Prüfungsordnungen wird deutlich, dass die Merkmale in einem Zusammenhang stehen. In Südkorea und Taiwan geben angehende Lehrkräfte an, die meisten mathematischen Inhaltsgebiete belegt zu haben. Gleichzeitig ist hier der Umfang der fachmathematischen Ausbildung am höchsten. Umgekehrt liegt der fachmathematische Anteil in Bulgarien, Deutschland und den USA nur zwischen einem Drittel und knapp der Hälfte und die Lehrkräfte geben deutlich weniger belegte Inhaltsgebiete an. Der Umfang an mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten unterscheidet sich ausweislich der Curriculumanalysen dagegen weniger zwischen den Ländern. Er liegt zwischen 20% in Bulgarien, Südkorea und Taiwan und 5% in Deutschland. Dies korrespondiert mit den Angaben der Lehrkräfte zu den von ihnen belegten Inhaltsgebieten, die in Deutschland am niedrigsten liegen.

4.2 Zum Zusammenhang von Lerngelegenheiten und Wissenserwerb

Eine bedeutsame Frage ist, ob das am Ende der Ausbildung vorliegende mathematische Wissen durch den Umfang an Lerngelegenheiten in Mathematik und ob das mathematikdidaktische Wissen durch Lerngelegenheiten in Mathematik und Mathematikdidaktik vorhergesagt werden kann. Abbildung 4 zeigt die zentralen Ergebnisse aus unserem zweiten Modellierungsansatz (siehe oben Abschnitt 3.3): Bei diesem Modell wurden mit Ausnahme der Varianzen der Lerngelegenheiten, der Fehlervarianzen sowie der Korrelationen zwischen den Residuen alle Pfadkoeffizienten zwischen den MT21-Teilnahmeregionen gleich gesetzt. Um die inhaltliche Interpretation der Pfadkoeffizienten zu erleichtern, werden die standardisierten Pfadkoeffizienten angegeben. Aufgrund der pro Gruppe erfolgten Schätzung der Varianzen und Fehlervarianzen kann es zu numerischen Unterschieden zwischen den Pfadkoeffizienten kommen. Diese Unterschiede deuten darauf hin, dass es zwischen den Gruppen Unterschiede in der Varianz der Lerngelegenheiten gibt (was sich in den oben dokumentierten deskriptiven Ergebnissen ja bereits angedeutet hat) und/oder Unterschiede hinsichtlich des Varianzklärungsbeitrages der Lerngelegenheiten.

Wie erwartet stellt länderübergreifend der gebotene Umfang an Lerngelegenheiten in Mathematik einen signifikanten Prädiktor für den Wissenserwerb angehender Lehrkräfte dar, und zwar sowohl in Bezug auf mathematisches als auch auf mathematikdidaktisches Wissen. Dabei ist die Vorhersagekraft für Erstere höher als für Letztere. Die Pfadkoeffizienten der mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten sind dagegen nicht signifikant von Null verschieden. Wie vermutet interkorrelieren die beiden Gruppen an Lerngelegenheiten und die beiden Wissensdimensionen jeweils stark. Dies gilt insbesondere für mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen.

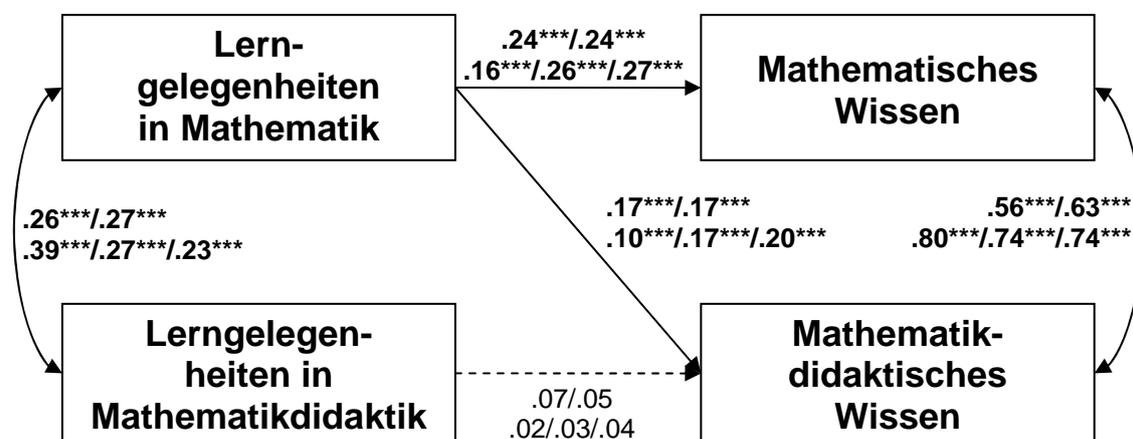


Abbildung 4: Zusammenhang zwischen Lerngelegenheiten und Wissenserwerb (Südkorea/Taiwan/Bulgarien/Deutschland/USA; * $p < .001$)**

Was die frei geschätzten Korrelationen zwischen mathematischem und mathematikdidaktischem Wissen betrifft, fällt der Unterschied zwischen den beiden ostasiatischen Teilnahmeregionen einerseits auf, wo diese im mittleren Bereich liegen, sowie den drei Teilnahmeregionen aus Bulgarien, Deutschland und den USA andererseits, wo sich ein stärkerer Zusammenhang zeigt. Letzteres gilt vor allem für die bulgarische Stichprobe. Ein möglicher Erklärungsansatz hierfür liegt im mittleren Niveau des mathematikdidaktischen Wissens: Die Getesteten

aus Südkorea und Taiwan haben hier die stärksten Leistungen erbracht, während jene aus Bulgarien signifikant hinter denen aus allen übrigen Teilnahmeregionen zurückblieben.

5 Zusammenfassung und Diskussion

Auf der Basis der Daten aus *MT21* wurde im vorliegenden Beitrag der Frage nachgegangen, in welchem Umfang im internationalen Vergleich Unterschiede hinsichtlich der mathematischen und mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten in der Sekundarstufen-I- und -II-Lehrerbildung bestehen und wie diese mit dem mathematischen und mathematikdidaktischen Wissen angehender Mathematiklehrkräfte zusammenhängen.

5.1 Lerngelegenheiten in der Lehrerbildung

Entsprechend unserer Erwartungen haben sich substantielle Unterschiede im Umfang der Lerngelegenheiten der sechs *MT21*-Stichproben gezeigt. Für die Lehrkräfte aus den von uns betrachteten südkoreanischen und taiwanesischen Ausbildungsregionen kann anhand von Analysen der Studien- und Prüfungsordnungen mit rund 60% der höchste Stundenanteil an Lerngelegenheiten in Mathematik im Laufe der vierjährigen Universitätsausbildung berichtet werden. Entsprechend geben die befragten Sekundarstufenlehrkräfte an, die meisten mathematischen Inhaltsgebiete belegt zu haben. Die strukturelle Entscheidung, für nur ein Unterrichtsfach auszubilden und den Anteil an fächerübergreifenden und allgemeinbildenden Ausbildungsanteilen relativ gering zu halten, führen – anders als in Deutschland mit seiner Zwei-Fach-Ausbildung, in Bulgarien mit seiner Haupt- und Nebenfachausbildung sowie in den USA mit seinem hohen Anteil an allgemeinbildenden Studieninhalten – zu den umfangreichsten fachmathematischen Lerngelegenheiten.

Hinter diesen Ergebnissen verbergen sich erkennbar unterschiedliche Philosophien der Gestaltung der Lehrerbildung. Eine Ein-Fach-Ausbildung geht mit einem hohen Grad an Spezialisierung einher und gewährleistet in diesem einen Fach die Möglichkeit intensiver Ausbildung. Der für Deutschland typischen Ausbildung in zwei Unterrichtsfächern liegt dagegen – ähnlich wie der bulgarischen Haupt- und Nebenfachausbildung – das Bestreben zugrunde, schulorganisatorisch fachfremden Unterricht auch in kleineren Gymnasien und Gesamtschulen so weit wie eben möglich zu vermeiden. In den USA ist der für eine Ein-Fach-Ausbildung überraschend hohe allgemeinbildende Anteil dagegen die Folge einer stark spezialisierten schulischen Ausbildung. Was in Deutschland das Gymnasium leistet, ist in den USA Bestandteil der Universitätsausbildung.

Im Vergleich zu den großen Unterschieden in Bezug auf die Lerngelegenheiten in Mathematik fallen diese in Mathematikdidaktik vor allem auf der Aggregatebene (zeitlicher Anteil) zwischen den Stichproben weniger deutlich aus. In Bulgarien, Südkorea und Taiwan werden jeweils rund 20% der Zeit für dieses Element zur Verfügung gestellt. Der Anteil der Mathematikdidaktik liegt zwar in allen fünf *MT21*-Teilnahmeländern unter dem Anteil an Mathematik; besonders gering fällt der mathematikdidaktische Anteil aber für die deutsche Stichprobe aus, und zwar sowohl ausweislich der Curriculumanalysen (zeitlicher Anteil) als auch ausweislich der Angaben der angehenden Lehrkräfte zu den abgedeckten Inhaltsgebieten (Breite der Ausbildung).

Auch wenn es deutlich zu früh ist, allein auf der Basis der *MT21*-Ergebnisse über Konsequenzen für die Lehrerbildung nachzudenken, da sie zunächst in weiteren Studien repliziert werden müssen, sollen zusammenfassend zwei diskussionswürdige Aspekte hervorgehoben werden:

- 1) Die Struktur der Lehrerbildung kann schwerlich ohne den Blick auf schulische Ziele thematisiert werden. Die Vermeidung von fachfremdem Unterricht ist ein hohes

Gut. Im Rahmen begrenzter Ausbildungszeit geht damit allerdings notgedrungen ein geringerer Ausbildungsumfang pro Fach einher.

- 2) Geht man davon aus, dass sich der Gesamtumfang der universitären Lehrerbildung tatsächlich nur schwer verlängern lässt, scheint die Gewichtung von Mathematik und Mathematikdidaktik eine zentrale Frage zu sein. Die deutsche Gymnasiallehrerbildung mit dem geringsten Anteil mathematikdidaktischer Ausbildung stellt in dieser Hinsicht in der vorliegenden Studie ein Extrem dar.

5.2 *Zum Zusammenhang von Lerngelegenheiten und Wissenserwerb*

Entsprechend unserer Annahmen wurde deutlich, dass für angehende Lehrkräfte der Sekundarstufen I und II der Umfang an mathematischen Lerngelegenheiten signifikant positiv sowohl mit mathematischem als auch mit mathematikdidaktischem Wissen einhergeht. Wie erwartet liegt der Zusammenhang zu Letzterem dabei unter dem Zusammenhang zu Ersterem. Dennoch ist er vorhanden, was auf die Bedeutsamkeit eines mathematischen Fundaments für mathematikdidaktisches Wissen hindeutet. Der Zusammenhang weist dabei ausweislich der Modellanpassungen für alle fünf *MT21*-Teilnahmeländer weitgehend dieselbe Struktur auf. In diesem Ergebnis liegt vermutlich eine zentrale Erklärung für die starken Testleistungen der *MT21*-Stichproben aus Südkorea und Taiwan, und zwar sowohl in Mathematik als auch in Mathematikdidaktik. Ihre umfangreicheren Lerngelegenheiten in Mathematik im Vergleich zu den übrigen vier Stichproben zahlen sich offensichtlich aus.

Dem Umfang an mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten selbst kommt keine signifikante Vorhersagekraft in Bezug auf den Erwerb mathematikdidaktischen Wissens zu – ein auf den ersten Blick überraschendes Ergebnis. Bei der Beurteilung dieses Befundes sind jedoch mehrere, insbesondere auch methodische Aspekte zu berücksichtigen.

So ist der Mathematikdidaktik-Test entsprechend seiner Basierung auf dem Kompetenzbegriff sehr handlungsnah angelegt. Es ging in *MT21* um die Erfassung jenes Wissens, das die erfolgreiche Bewältigung konkreter beruflicher Aufgaben erwarten lässt, und zwar fokussiert auf das Unterrichten und Diagnostizieren. Entsprechend thematisieren die Items vor allem unterrichtliche Situationen. Die mathematikdidaktische Ausbildung ist dagegen breiter angelegt. So bereitet sie auf weitere Lehreraufgaben vor, insbesondere auf Erziehung und Schulentwicklung. Die Ausbildung zielt zudem neben handlungsnahen Inhalten bildungstheoretisch auf die Entwicklung einer Reflexionskompetenz, die sich nicht nur auf unterrichtliche Situationen bezieht, wie sie die Test-Items abbilden, sondern auch auf metatheoretische Fragen.

Diese Breite der Mathematikdidaktik spiegelt sich in der Erfassung der Lerngelegenheiten, der nicht ausschließlich explanatorische Funktion zukommen sollte, sondern mit der die gebotenen Lerngelegenheiten auch beschrieben werden sollten. Entsprechend finden sich hier zahlreiche Items, mit denen Lerngelegenheiten erfasst werden, die anders als beispielsweise „Leistungsbewertung im Mathematikunterricht“ nicht unmittelbar handlungsbezogen formuliert sind, beispielsweise „Geschichte der Schulmathematik“. Der Konstruktion des Mathematikdidaktiktests und der Erfassung der mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten lagen also unterschiedliche inhaltliche Konzeptualisierungen zugrunde. In der vorliegenden Untersuchung führte dies vermutlich zu einer Minderung des Zusammenhangs zwischen den mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten und dem mathematikdidaktischen Wissen. Den nicht-signifikanten Pfadkoeffizienten als Beleg für die Nichtwirksamkeit der mathematikdidaktischen Ausbildung zu werten, wäre demnach voreilig; aus dieser Perspektive betrachtet weist das Ergebnis vielmehr auf interessante konzeptionelle und methodologische Fragen hin:

Welcher der Zugänge – ein inhaltlich enger oder breiter bzw. ein handlungs- oder reflexionsorientierter – angemessener ist, lässt sich nicht empirisch, sondern nur in einem theoretischen Diskurs über die Aufgaben der Mathematikdidaktik in der Lehrerbildung und die bei angehenden Lehrkräften auszubildenden Kompetenzen klären. Die von der GDM in Zusammen-

arbeit mit DMV und MNU entwickelten Standards für die Mathematiklehrerausbildung weisen inhaltlich einen eher breiten sowie einen handlungs- *und* einen reflexionsorientierten Zugang als Eckpfeiler der Ausbildung aus (DMV/GDM/MNU, 2008). Vor diesem Hintergrund würde sich für die weitere Forschung zur Lehrerausbildung die Aufgabe stellen zu versuchen, auch stärker grundlagentheoretische und reflexionsbezogene Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie die über Unterrichten und Diagnostizieren anfallenden Lehreraufgaben in einem Mathematikdidaktik-Test abzubilden. Gleichzeitig wäre es reizvoll zu versuchen, die mathematikdidaktischen Lerngelegenheiten auch kompetenzorientiert zu erfassen. In TEDS-M, der gerade abgeschlossenen internationalen Vergleichsstudie zur Mathematiklehrerausbildung, an der Deutschland DFG-gefördert mit einer repräsentativen Stichprobe angehender Primar- und Sekundarstufenlehrkräfte teilgenommen hat (Blömeke et al., 2009), wurde letzterer Weg gegangen. Insofern wird interessant sein, welche Zusammenhänge sich in dieser Studie zeigen.

Über diese unterschiedlichen Definitionen hinaus ist anzumerken, dass Analysen über mehrere Länder hinweg schwieriger durchzuführen sind als innerhalb eines Landes. So sollte die Operationalisierung der Lerngelegenheiten so einheitlich wie möglich erfolgen. Dies ist vermutlich für alle *MT21*-Teilnahmeländer mit gewissen Einbußen in Bezug auf die nationale Validität verbunden. Während für Mathematik von einer weitreichenden Standardisierung der vermittelten Inhalte und ihrer Erfassung ausgegangen werden kann, gilt dies für Mathematikdidaktik vermutlich eher nicht. Damit dürfte es den Befragten zum einen deutlich schwerer fallen, die international entwickelten mathematikdidaktischen Inhaltsgebiete wiederzuerkennen. Zum anderen können kulturelle Prägungen des Mathematikunterrichts, die sich gerade in didaktischen Veranstaltungen niederschlagen dürften, nur ansatzweise abgebildet werden.

Wie alle bisherigen Tests zur Erfassung der professionellen Kompetenz angehender und praktizierender Lehrkräfte (Krauss, 2007; Hill, Ball & Schilling, 2008) ist zudem auch der *MT21*-Mathematikdidaktik-Test durch den Fokus auf mathematische Schülerfehler vergleichsweise fachnah angelegt (vgl. auch das in Abbildung 2 dokumentierte Item-Beispiel). Fragestellungen wie Ziele des Lehrens und Lernens von Mathematik, die Angemessenheit von Unterrichtsmethoden oder die Planung von Unterricht sind in den Items unterrepräsentiert. Auf diese Weise ist es vermutlich zum Teil möglich, die Mathematikdidaktik-Aufgaben mithilfe mathematischen Wissens zu lösen. Die sehr hohe Interkorrelation von mathematischem und mathematikdidaktischem Wissen ist ein Indiz hierfür.

Zu beachten ist schließlich, dass die Modellierung des Zusammenhangs von erworbenem Wissen und Lerngelegenheiten aufgrund des Verhältnisses von Länderstichprobengrößen und zu schätzenden Modellparametern nicht in latenter, sondern in manifester Form erfolgte. Die Stärke der Zusammenhänge wird daher aufgrund von Messfehlereinflüssen vermutlich eher unterschätzt.

Abschließend ist festzuhalten, dass die Anfang 2010 erfolgende Veröffentlichung der TEDS-M-Ergebnisse eine erste Überprüfung der hier vorgestellten Analysen ermöglicht. Aufgrund der deutlich größeren Stichproben pro Teilnahmeland können Modellierungen erfolgen, die mit den *MT21*-Daten nicht möglich sind. So erscheint es neben der Berücksichtigung institutioneller Differenzen innerhalb der Länder zum Beispiel lohnenswert, die Analyse der Zusammenhänge zwischen dem Umfang an Lerngelegenheiten und in der Lehrerausbildung erworbenen Kompetenzen zum einen in latenter Form und zum anderen nach Umfang der Lerngelegenheiten differenziert vorzunehmen (z.B. gering – mittel – hoch). Wir nehmen an, dass der Einfluss mathematikdidaktischer Lerngelegenheiten deutlich wächst, wenn kaum Mathematik belegt wurde. Darüber hinaus wurde in den bisherigen Analysen lediglich die Quantität/inhaltliche Breite der während der Ausbildung belegten Lerngelegenheiten als expliziter Einflussfaktor betrachtet. Alle übrigen Einflussfaktoren, die ggf. kulturell beeinflusst sind, wurden unspezifisch unter die Länderzugehörigkeit subsumiert, da in *MT21* keine Daten hierzu erhoben wurden. Dies gilt zum Beispiel für die Lernvoraussetzungen, mit denen die ange-

henden Lehrkräfte in die Lehrerausbildung eintreten. In TEDS-M können solche Unterschiede in den Modellen ebenfalls berücksichtigt werden.

Literatur

- Adams, R. J., Wilson, M. R., & Wang, W. (1997). The multidimensional random coefficients multinomial logit model. *Applied Psychological Measurement*, 21, 1–23.
- Baumert, J., & Kunter, M. (2006). Stichwort: Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 9, 469–520.
- Blömeke, S. (2002). *Universität und Lehrerausbildung*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Blömeke, S. (2004). Empirische Befunde zur Wirksamkeit der Lehrerbildung. In S. Blömeke, P. Reinhold, G. Tulodziecki & J. Wildt (Hrsg.), *Handbuch Lehrerbildung* (S. 59–91). Bad Heilbrunn/Braunschweig: Klinkhardt/Westermann.
- Blömeke, S., Felbrich, A. & Müller, Ch. (2008a). Theoretischer Rahmen und Untersuchungsdesign. In S. Blömeke, G. Kaiser, & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematik-Studierender und -referendare – Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 15–48). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Kaiser, G. & Lehmann, R. (Hrsg., 2008b). *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematik-Studierender und -referendare – Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Schwarz, B., Seeber, S., Lehmann, R., Felbrich, A., & Müller, Ch. (2008c). Fachbezogenes Wissen am Ende der Ausbildung. In S. Blömeke, G. Kaiser, & R. Lehmann (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematik-Studierender und -referendare – Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung* (S. 89–104). Münster: Waxmann.
- Blömeke, S., Kaiser, G., Lehmann, R., König, J., Döhrmann, M., Buchholtz, C. & Hacke, S. (2009). TEDS-M: Messung von Lehrerkompetenzen im internationalen Vergleich. In R. Mulder, O. Zlatkin-Troitschanskaia, K. Beck, N. Reinhold & D. Sembill (Hrsg.), *Professionalität von Lehrenden – Zum Stand der Forschung*. Weinheim: Beck, S. 181–210.
- Bromme, R. (1992). *Der Lehrer als Experte. Zur Psychologie des professionellen Lehrerwissens*. Göttingen: Hans Huber.
- Brunner, M., Kunter, M., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Dubberke, T. et al. (2006). Welche Zusammenhänge bestehen zwischen dem fachspezifischen Professionswissen von Mathematiklehrkräften und ihrer Ausbildung sowie beruflichen Fortbildung? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 9, 521–544.
- Cochran-Smith, M., & Zeichner, K.M. (Hrsg. (2005). *Studying Teacher Education. The Report of the AERA Panel on Research and Teacher Education*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- DMV, GDM & MNU (2008). *Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Empfehlungen von DMV, GDM, MNU*. Heruntergeladen am 13.8.2009 von <http://www.math.uni-sb.de/ag/lambert/LAHLAR/StandardsLehrerbildungMathematik.pdf>
- Eurydice (2004). *Der Lehrerberuf in Europa: Profil, Tendenzen und Anliegen, Bericht IV: Die Attraktivität des Lehrerberufs im 21. Jahrhundert, Allgemein bildender Sekundarbereich I*. Brüssel: Eurydice.
- Gelman, A., & Carlin, J. B. (2002). Poststratification and Weighting Adjustments. In R. M. Groves, D. A. Dillman, J. L. Eltinge, & R. J. A. Little (Eds.), *Survey Nonresponse* (pp. 289–314). New York: Wiley.
- Graeber, A. & Tirosch, D. (2008). Pedagogical Content Knowledge: Useful Concept or Elusive Notion. In P. Sullivan & T. Woods (Hrsg.), *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development. The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (Bd. 1, S. 117–132). Rotterdam: Sense Publisher.
- Helmke, A., & Weinert, F. E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistung. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie. Psychologie des Unterrichts und der Schule* (Bd. 3, S. 71–176). Göttingen: Hogrefe.
- Helmke, A. (2004). *Unterrichtsqualität: Erfassen, Bewerten, Verbessern* (3rd ed.). Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung.
- Hill, H., Ball, D. L., & Schilling, S. (2008). Unpacking “pedagogical content knowledge”: Conceptualizing and measuring teachers’ topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39 (4), 372–400.
- Kish, L. (1965). *Survey Sampling*. New York: Wiley.
- Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10)*. München: Wolters Kluwer.
- Krauss, S., Kunter, M., Brunner, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M. et al. (2004). COACTIV. Professionswissen von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Mathematikunterricht und die Entwicklung

- von mathematischer Kompetenz. In J. Doll, & M. Prenzel (Hrsg.), *Bildungsqualität von Schule. Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung* (S. 31–53). Münster: Waxmann.
- Krauss, S. (2007). Wie professionsspezifisch sind das fachdidaktische Wissen und das Fachwissen von Mathematiklehrkräften? In Bundestagung für Didaktik der Mathematik (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26. - 30. März 2007 in Berlin* (S. 400–403). Hildesheim & Berlin: Franzbecker.
- Little, R. J. A., & Rubin, D. B. (1987). *Statistical analysis with missing data*. New York: Wiley.
- Lortie, D. (1975). *Schoolteacher*. Chicago: University of Chicago Press.
- Muthén, B., & Muthén, L. (2008). *MPlus Version 5.21. Base Program and Combination Add-On (32-bit)*. Software.
- NCTM = National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- OECD (2005). *Teachers matter. Attracting, developing and retaining effective teachers*. Paris: OECD.
- Pepin, B. (1999). Epistemologies, beliefs and conceptions of mathematics teaching and learning: The theory, and what is manifested in mathematics teachers' work in England, France and Germany. *TNTEE Publications*, 2(1), 127–146.
- Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. Sikula, T. Buttery, & E. Guyton (Eds.), *Handbook of Research on Teacher Education* (2nd ed., pp. 102–119). New York: Macmillan.
- Rosenshine, B.V. (1979). Content, time, and direct instruction. In P. L. Peterson, & H. J. Walberg (Eds.), *Research on teaching* (pp. 28–56). Berkeley, CA: McCutchan.
- Rost, J. (2004). *Lehrbuch Testtheorie – Testkonstruktion* (2. Aufl.). Bern: Hans Huber.
- Särndal, C.-E., Swensson, B., & Wretman, J. (1997). *Model assisted survey sampling*. New York: Springer.
- Schaefers, Ch. (2002). Forschung zur Lehrerausbildung in Deutschland – eine bilanzierende Übersicht der neueren empirischen Studien. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften*, 24, 65–88.
- Schmidt, W. H., Blömeke, S. & Tatto, M. T. (im Druck). *Teacher Preparation from an International Perspective*. New York: Teacher College Press.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Valverde, G. A., Houang, R. T., & Wiley, D. E. (1997). *Many Visions, Many Aims: A Cross-National Investigation of Curricular Intentions in School Mathematics*, Vol. 1. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Shulman, L. S. (1985). Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (3rd ed., pp. 3–36). New York: Macmillan.
- United Nations (2008). *Human Development Index*. Heruntergeladen am 13.8.2009 von <http://hdr.undp.org/en/statistics/>
- Weinert, F. E. (1999). *Konzepte der Kompetenz. Gutachten zum OECD-Projekt „Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptual Foundations (DeSeCo)“*. Neuchâtel, Schweiz: Bundesamt für Statistik.
- Zeichner, K. M., & Tabachnick, B. R. (1981). Are the effects of university teacher education 'washed out' by school experience? *Journal of Teacher Education*, 32(3), 7–11.