[Quelle: Blömeke, Sigrid, Risse, Jana, Müller, Christiane, Eichler, Dana & Schulz, Wolfgang (2006): Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht. Ein allgemeines Modell und seine exemplarische Umsetzung im Unterrichtsfach Mathematik. In: Unterrichtswissenschaft, 34 (4), 330-357.]

Sigrid Blömeke, Jana Risse, Christiane Müller, Dana Eichler, Wolfgang Schulz

Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht

Ein allgemeines Modell und seine exemplarische Umsetzung im Unterrichtsfach Mathematik

Im vorliegenden Beitrag wird ein allgemeines Modell zur Analyse der Qualität von Aufgaben im Unterricht und seine exemplarische Umsetzung im Fach Mathematik vorgestellt. Aufgaben kommt im Lehr-Lernprozess eine zentrale Bedeutung zu. Als Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler sowie Objekt ihrer Aktivitäten sollen sie Lernprozesse anregen. Daher stellt die Ermittlung ihrer Qualität einen bedeutsamen Beitrag zur Ermittlung von Unterrichtsqualität dar. Der Beitrag erläutert Merkmale, denen lernprozessanregende Aufgaben genügen sollten. Zu diesem Zweck wird ein fachübergreifendes Modell entwickelt, welches die drei Unterrichtsperspektiven Inhalt, Lehren und Lernen umfasst, und es wird ein darauf bezogenes dreistufiges Analyseverfahren vorgestellt, das zwischen dem objektiven Potenzial einer Aufgabe, den intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson und der Realisierung dieser Anforderungen im Lehr-Lernprozess unterscheidet. Darüber hinaus erfolgt exemplarisch eine Aufgabenanalyse anhand einer Mathematikstunde in der Jahrgangsstufe 11.

The following article presents a general model that helps to analyse the quality of learning tasks. To give an example of the impact of this model it is applied to a mathematics lesson. Learning tasks is an important element of instructional processes since they activate student learning. For that reason, analysing the quality of learning tasks contributes significantly to an assessment of instructional quality in general. The article presents and discusses criteria for meaningful learning tasks. A cross-curricular model is developed which integrates the three perspectives of instruction: content, teaching and learning. Linked to this model, a three-step analysing method is presented that distinguishes between a task's objective potential, its intended outcome from the perspective of the teacher and its real outcome during the lesson. The example of a mathematics lesson in grade 11 has been chosen to demonstrate how tasks are analysed according to the method presented in this article.

Die Sorge um die Wirksamkeit des deutschen Schulsystems hat in den letzten Jahren zur Entwicklung einer Reihe von Maßnahmen geführt, mit denen die Qualität von Unterricht bestimmt, gesichert und weiterentwickelt werden kann: Bildungsstandards, internationale Leistungsvergleiche, Forschungsförderprogramme, Modellversuche.

Aufgaben spielen in diesen Zusammenhängen eine wichtige Rolle. Sie konkretisieren Standards, mit ihnen werden Schülerleistungen getestet, auf die Bestimmung ihres Anregungspotenzials richtet sich ein Teil der Unterrichtsforschung und durch sie soll die Qualität von Lehr-Lernprozessen gesteigert werden. Die Aktivitäten der Allgemeinen Didaktik, der Fachdidaktik und der Empirischen Bildungsforschung finden dabei bisher weitgehend isoliert voneinander statt. Dies ist insofern problematisch, als die drei Disziplinen traditionell unterschiedliche, aber jeweils *per se* wichtige Ansprüche an Unterricht formulieren. Der vorliegende Beitrag strebt an, diese drei Perspektiven zusammenzuführen, indem zum ersten didaktische und fachliche Ansprüche als relevante Merkmale von Aufgabenqualität in ein Modell integriert werden[1] und indem zum zweiten didaktische und fachliche Ansprüche mit deren empirisch nachweisbaren Realisierung in Form eines mehrstufigen Analyseverfahrens ins Verhältnis gesetzt werden. Unter „Aufgaben“ werden dabei Anforderungen verstanden, mit denen Schülerinnen und Schüler im Unterricht seitens der Lehrperson konfrontiert werden (Bromme, Seeger & Steinbring, 1990). In diesem Beitrag fokussieren wir auf Aufgaben, die zur Auseinandersetzung mit einem speziellem Unterrichtsinhalt anregen sollen („lernprozessanregende Aufgaben“; Tulodziecki, Herzig & Blömeke, 2004, 80). Solche Aufgaben stehen typischerweise am Beginn einer längeren Unterrichtseinheit, z.B. einer ganzen Stunde oder sogar mehrerer Stunden.

1 Forschungsstand und Einordnung des Vorhabens

Aus allgemeindidaktischer Perspektive gehört eine systematische Analyse der Qualität von Aufgaben zu den eher vernachlässigten Forschungsbereichen. Zwar gehören Überlegungen zur Auswahl von Zielen und Inhalten von Unterricht seit jeher zu Kernfragen didaktischer Modelle (vgl. z.B. Klafki, 1963; Heimann, Otto & Schulz, 1965), in welcher Form sich diese jedoch materialisieren und welche Qualitätskriterien für Aufgaben daraus resultieren, wird selten modelliert. Am ehesten geschieht dies noch im Rahmen der in der Folgezeit vielfach kritisierten lernziel-orientierten Didaktik (Meyer, 1978). Die dort thematisierte Notwendigkeit, verschiedene Niveaus kognitiver Anforderungen zu unterscheiden, wird von

[1] Wesentliche Vorarbeiten zur Entwicklung des Modells zur Bestimmung von Aufgabenqualität stammen von Tulodziecki, Herzig & Blömeke, 2004.

uns aufgegriffen und unter Rückgriff auf neuere kognitionspsychologische Arbeiten aktualisiert.

Aus fachdidaktischer Perspektive stellt die Analyse von Aufgaben in einigen Fächern mindestens neuerdings ein zentrales Thema dar (vgl. z.B. Timm, 1998, 221ff., 366ff.; Bleichroth et al., 1999, 245ff., 266ff.; Weskamp, 2003, 109ff.).[2] Dies gilt insbesondere für den Mathematikunterricht, für den Aufgaben eine konstitutive Bedeutung haben (Lenné, 1969, 34f., 50ff.; Wittmann, 1981; Führer, 1997). Sie nehmen auf allen Ebenen des Lernens von Mathematik einen zentralen Platz ein (Christiansen & Walther, 1986, 244). Bromme, Seeger & Steinbring (1990, 1) charakterisieren Aufgaben gar als die „schulgemäßen Formen für mathematische Probleme".

Als elaborierte Ausarbeitungen von mathematikbezogenen Aufgabenanalysen lassen sich sechs Ansätze identifizieren: Renkl (1991), Stein, Grover und Henningsen (1996), Neubrand (2002), Knoll (2003) sowie die Aufgabenanalysen der Deutschen PISA-Expertengruppe Mathematik (Neubrand et al. 2001, 51) und die Analysen im Rahmen der TIMS-Studien der IEA (Mullis et al., 2003). Vergleicht man den von uns im Folgenden vorgestellten Ansatz mit diesen, können im Hinblick auf die berücksichtigten Analyseeinheiten charakteristische Gemeinsamkeiten und Unterschiede festgestellt werden. In allen sieben Analysemodellen spielen *lern*bezogene Anforderungen von Aufgaben und *bereichsspezifische* Aspekte eine Rolle. Darin spiegeln sich grundlegende Erkenntnisse der aktuellen Forschung zur Unterrichtsqualität (Helmke, 2004; Wellenreuther, 2004) wider. Darüber hinausgehend stellen in unserem Modell *bildungstheoretische* und *lehr*bezogene Qualitätskriterien Untersuchungsdimensionen dar, um der kategorialen Struktur von Unterricht im Sinne Klafkis (1963, 43) als Einheit von formaler und materialer Bildung gerecht werden zu können. Dies spiegelt sich im Erhebungsverfahren, indem zunächst qualitativ-interpretativ vorgegangen wird, um diese grundlegenden Qualitätsmerkmale fassen zu können. Erst in einem zweiten Schritt werden die Ergebnisse in codierter Form zusammengefasst. Knoll (2003, 54ff.) wählt ein vergleichbares Vorgehen, führt jedoch stärker Quantifizierungen durch. Neubrand (2002, 210) geht auf der Basis eines spezifischen, weniger grundlegend ausgerichteten Kategoriensystems umgekehrt vor, um ihre quantitativen Ergebnisse tiefer interpretieren zu können. Die übrigen vier Ansätze verzichten auf qualitative Zugänge.[3]

---

[2] Für eine präzise Einordnung muss allerdings darauf hingewiesen werden, dass es sich nur selten um die Thematisierung von lernprozess*anregenden* Aufgaben handelt. Häufig kommt das Thema erst bei der Diskussion von Beurteilungsverfahren ins Blickfeld.

[3] Stein, Grover und Henningsen (1996, 469) ziehen lediglich kurze Textausschnitte zur Interpretation nicht plausibler quantitativer Ergebnisse heran.

Was das Analyseverfahren angeht, führen alle sieben Ansätze eine Analyse der präsentierten Aufgaben im Hinblick auf objektiv vorliegende Qualitätsmerkmale durch. Bei Neubrand (2002, 89ff.) sowie Stein, Grover und Henningsen (1996, 460f.) schließt sich eine Analyse der konkreten Bearbeitung der Aufgabe im Unterricht an, um der Frage nachgehen zu können, ob und wie eine Lehrperson die objektiv festgestellten Qualitätsmerkmale umsetzt. Unser Ansatz folgt diesem differenzierten Verfahren. Dahinter steht die in anderen Studien belegte Annahme, dass Lehrpersonen durch ihr instruktionales Handeln den Charakter von Aufgaben verändern können (Newman, Griffin & Cole, 1984; Baumert et al., 1997). Den Unterrichtsprozess gliedern wir wie Stein, Grover und Henningsen (1996, 459) in Aufgabenstellung und Aufgabenbearbeitung, nehmen aber auch noch den anschließenden Auswertungs- und Reflexionsprozess in die Analyse auf, um den vollständigen Gang des Unterrichts zu erfassen. Dies erscheint uns insbesondere deswegen bedeutsam, weil von ihm hohe Lernwirkungen angenommen werden, gleichzeitig aber eine vergleichsweise seltene Realisierung festgestellt werden muss (Biermann & Blum, 2001; Blum & Leiß, 2004, 21).

Zusätzlich nehmen wir schließlich einen weiteren Analyseschritt auf: Unter der Annahme, dass eine Lehrperson Qualitätsmerkmale einer Aufgabe ggf. anders einschätzt als (fach-)didaktische Experten (Leinhardt, Putnam, Stein & Baxter, 1991), führen wir zwischen der Analyse des objektiven Aufgabenpotenzials und ihrer Umsetzung im Unterricht eine Analyse der von der Lehrperson intendierten Qualitätsmerkmale durch.

Vor diesem Hintergrund lassen sich die Fragestellungen unseres Vorhabens wie folgt zusammenfassen:

- Wie kann ein Analysemodell aussehen, das begründet grundlegende Qualitätsmerkmale lernprozessanregender Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht enthält (Abschnitt 2.1)?
- Wie kann ein Analyseverfahren aussehen, das begründet wichtige Schritte zur Erfassung der Aufgabenqualität aufnimmt (2.2)?
- Welche Ergebnisse zeigt eine exemplarische Durchführung der Aufgabenanalyse für eine Unterrichtsstunde im Fach Mathematik der Jahrgangsstufe 11 im Hinblick auf Veränderungen des objektiven Aufgabenpotenzials in den intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson und in der Realisierung im Unterrichtsprozess (3)?

Abschließend werden die zentralen Erkenntnisse zusammengefasst und offene Forschungsfragen skizziert (4).

2 Merkmale lernprozessanregender Aufgaben

Bei Lernen handelt es sich um einen kognitiven Prozess, der bewusst und unbewusst, gesteuert und ungesteuert stattfinden kann. Lehrerinnen und Lehrer streben an, Lernprozesse von Kindern und Jugendlichen gezielt anzuregen und zu unterstützen. Als schulische Lernprozesse sind diese Lernprozesse auf gesellschaftlich relevante Inhalte gerichtet (Klafki, 1985, 194ff.). Einer Aufgabe kommt im Rahmen des Unterrichts die Funktion zu, solche gesellschaftlich relevanten Lernprozesse zu initiieren. Von Seiten der Schülerinnen und Schüler erfolgt eine Auseinandersetzung mit Aufgaben vor allem dann, wenn bei ihnen ein Bedürfnis angesprochen wird. *Lernmotivation* ist in diesem Sinne das Ergebnis einer Wechselwirkung von situativen Anforderungen – repräsentiert durch Aufgaben – und individuellen Bedürfnissen (Heckhausen, 1974, 151ff.; Rheinberg, 2002, 44ff., 61ff.). Welche Lernaktivitäten im Zuge der Auseinandersetzung mit Aufgaben stattfinden, hängt unter anderem von den Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler ab, und zwar insbesondere von ihren bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsständen (Reinhold, Lind & Friege, 1999) sowie von ihrem kognitiv-intellektuellen (Piaget, 1947; Bieri, 1955; Mandl & Huber, 1978; von Eye, 1999) und kognitiv-sozialmoralischen Niveau (Kohlberg, 1974; Beck et al., 1996). Gelingt es, mit einer Aufgabe hieran anzuknüpfen, tragen die Lernprozesse zum Aufbau, zur Veränderung oder zur Ausdifferenzierungen der kognitiven Strukturen bei. Dieses hier in aller Kürze dargestellte kognitionstheoretische Verständnis von Lernen ist in Abbildung 1 graphisch dargestellt.

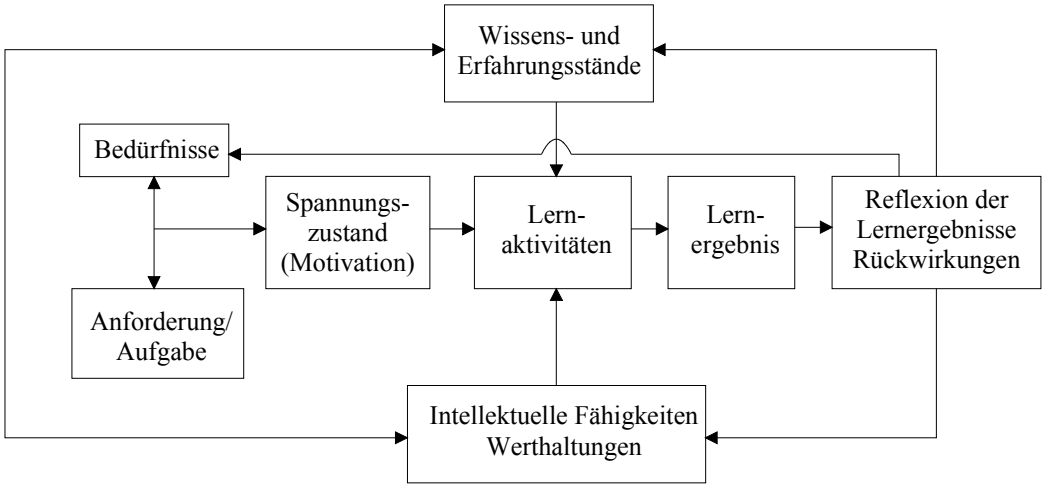

Abbildung 1: Kognitionstheoretisches Lernmodell (Quelle: Tulodziecki, Herzig & Blömeke, 2004, 55)

Konstruktivistische Ansätze bauen auf entsprechenden kognitionstheoretischen Modellen auf, betonen einzelne Aspekte des Lernens jedoch stärker (vgl. als Überblicke Gerstenmaier &

Mandl, 1995; Weinert, 1998): das Problem der Kontextgebundenheit von Lernaktivitäten (Bransford et al., 1990; Spiro et al., 1992; Stark et al., 1995; CTGV, 2000), die Bedeutung von Problemlösefähigkeit (Steiner, 2001, 190ff.) und die Vorteile von sozialem Austausch (Brown, 1997; Greeno, 1997; Winkler, Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2000).

2.1 Fachübergreifendes Modell didaktischer und fachlicher Aufgabenqualität

Vor diesem lerntheoretischen Hintergrund können aus didaktischer und fachlicher Sicht fachübergreifende Merkmale von Aufgabenqualität formuliert werden, denen lernprozessanregende Aufgaben genügen sollten (vgl. zum Folgenden im Einzelnen Tulodziecki, Herzig & Blömeke, 2004, 80 ff.). Diese Eingrenzung auf den eingangs definierten Typ von Aufgaben beinhaltet, dass angesichts der unterschiedlichen Funktionen von Aufgaben im Unterricht nicht jede Übungs- oder Anwendungsaufgabe entsprechend komplex gestaltet sein kann oder muss (angesichts der Erkenntnisse zum anspruchsvollen Üben sollte dies aber zumindest für einzelne Aufgaben gelten; Gruehn, 2000).

1 Eine Aufgabe muss geeignet sein, einen *gesellschaftlich relevanten Inhalt* in exemplarischer Weise zu erschließen. Klafki (1969, 14) macht einen solchen Bildungsinhalt daran fest, dass er „als einzelner Inhalt immer stellvertretend für viele Kulturinhalte steht; immer soll ein Bildungsinhalt Grundprobleme, Grundverhältnisse, Grundmöglichkeiten, allgemeine Prinzipien, Gesetze, Werte, Methoden sichtbar machen.“ Dieses Merkmal hoher Aufgabenqualität wird im Folgenden zusammenfassend durch die beiden Indikatoren der Thematisierung einer gesellschaftlich relevanten *Grundfrage* bzw. *allgemeinen Methode* abgedeckt.

2 Eine Aufgabe muss ein *Bedürfnis* der Schülerinnen und Schüler ansprechen. Durch eine Aufgabe kann das Gefühl der Unsicherheit bzw. ein „kognitiver Konflikt“ ausgelöst und das Bedürfnis nach Stabilität und Struktur bzw. Lösung des kognitiven Konflikts und Abbau der provozierten Unsicherheit angeregt werden. Andere Bedürfnisse, die durch Aufgaben angeregt werden können, sind die Bedürfnisse nach Bewältigung, Wertschätzung und Selbstverwirklichung.

3 Die *kognitive Aufgabenqualität* muss so beschaffen sein, dass die Anforderungen *knapp über den bereits vorhandenen generellen intellektuellen Fähigkeiten* liegen. In dieser „Zone der nächsten Entwicklung“ (Wygotski, 1978) findet Lernen statt. Als Indikator für die geforderten kognitiven Anforderungen und damit verbundene Lernprozesse wird die zweidimensionale Hierarchie der kognitiven Prozesse und Wissensformen von Anderson und Krautwohl (2001) herangezogen.

4 Ebenso muss eine Aufgabe geeignet sein, den bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsstand weiterzuentwickeln, indem sie mit einem *Neuigkeitswert* einhergeht, sodass die fachlichen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten erweitert werden. Auch dieses Qualitätsmerkmal wird dahingehend differenziert, inwieweit eine Aufgabe bekannte Inhalte und Methoden des bisherigen Unterrichts überschreitet.

5 Gleichzeitig muss jedoch die Chance bestehen, die Aufgabe zu bewältigen. Erscheint eine Aufgabe den Schülerinnen und Schülern als so schwierig, dass sie keine *Chance zur Bewältigung* sehen, ist eine Abwendung zu erwarten. Die Aufgabenschwierigkeit ist u.a. von dem bereichsspezifischen Vorwissen der Schüler abhängig. Eine Einschätzung kann durch eine Analyse des Bezugs zu Inhalten und Methoden des bisherigen Unterrichts getroffen werden. Wichtig ist in diesem Zusammenhang aber auch, dass die Aufgabe *verständlich* ist, d.h. dass die Schüler sie sprachlich erfassen können (Williams & Clarke, 1997: „linguistic complexity“).

6 Die Chance auf Bewältigung impliziert, dass auch in heterogenen Lerngruppen für alle Schülerinnen und Schüler eine Bearbeitung möglich sein muss. Besitzt eine Aufgabe *Potenzial zur (ggf. Selbst-)Differenzierung* können im Sinne des selbstgesteuerten Lernens individuelle Bearbeitungen auf unterschiedlichem kognitiven Niveau, in unterschiedlicher Tiefe oder in unterschiedlichem Umfang erfolgen.

7 Um handlungsrelevante Lernerfolge erzielen zu können, muss durch eine Aufgabe sichergestellt werden, dass die erworbenen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten wieder abgerufen und flexibel eingesetzt werden können. Ein Transfer auf neue Situationen kann gefördert werden, indem komplexe Aufgaben, die *authentische Situationen repräsentieren*, verwendet werden und das Wissen über Anwendungsbereiche – und deren Grenzen – mit vermittelt wird (Spiro et al., 1992: „cognitive flexibility“). Als Indikatoren werden hier die Komplexität der notwendigen Modellierung und die Reichweite der Situierung verwendet.

8 Im Unterschied zum Primat der Wissensrepräsentation im Kognitivismus (verbunden mit einer rezeptiven Lernhaltung), folgt der Konstruktivismus dem Primat des *Problemlösens* (verbunden mit einer selbstständigen Denkaktivität der Lernenden). Grundlage für die Förderung der Problemlösefähigkeit ist eine offene Aufgabenstellung, welche unterschiedliche, eigenständige Herangehensweisen nicht nur zulässt, sondern bedingt. In Anlehnung an die Komponenten des Problemlöseprozesses erfolgt die Beurteilung der objektiven Aufgabenqualität in diesem Merkmal durch Bestimmung der Offenheit in der Aufgabenstellung, der Möglichkeit verschiedener Lösungswege und der Offenheit in der Zielsituation.

9 Im sozialen Konstruktivismus wird darüber hinaus auf die Bedeutung der Interaktion hingewiesen. Lernen kann zwar als individuelle eigenaktive Konstruktion begriffen werden. Diese geschieht aber in hohem Maße in einem sozialen Prozess, in dem Wissen als gemeinsam geteilte Bedeutung entwickelt wird und in dem aufgrund unterschiedlicher Vorstellungen der Lernenden Akkomodations- oder Assimilationsprozesse angeregt werden. Aufgaben, die explizit *Gruppenarbeit* oder *anderweitigen Austausch* (z.B. gemeinsame Diskussion und Reflexion) erfordern, unterstützen in diesem Sinne die Aktivierung von Vorwissen, die Explizierung von Ideen, das Entstehen sozio-kognitiver Konflikte und das Bereitstellen kognitiver Modelle (Crook, 1994; Slavin, 1996; Dann, Diegitz & Rosenbusch, 1999; Brophy, 2000).

Die hier entwickelten neun didaktischen und fachlichen Merkmale von Aufgabenqualität einschließlich geeigneter Analysekriterien sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Da Aufgabenmerkmale in diesem Beitrag zunächst einmal als ein Element von Unterrichtsqualität allgemein konzeptualisiert werden, sind die Analysekriterien nicht fachlich spezifiziert. Im Zuge ihrer Anwendung auf eine spezifische Mathematikaufgabe werden sie in Teil 3 exemplarisch um fachbezogene Aspekte ergänzt, indem z.B. Anspruch und Ausgewogenheit der mathematischen Förderung anhand der in den KMK-Bildungsstandards (2003) festgelegten mathematischen Kompetenzen eingeschätzt werden.

Tabelle 1: Merkmale didaktischer und fachlicher Aufgabenqualität mit Analysekriterien

Didaktische und fachliche Merkmale hoher Aufgabenqualität	Analysekriterien
Exemplarische Erschließung eines gesellschaftlich relevanten Bildungsinhaltes	- Thematisierung einer gesellschaftlich relevanten Grundfrage - Thematisierung einer gesellschaftlich relevanten allgemeinen Methode
Ansprache eines Bedürfnisses der Schülerinnen und Schüler	- durch die Aufgabe angesprochene Bedürfnisse
Förderung genereller intellektueller Fähigkeiten	- geforderte kognitive Prozesse - geforderte Wissensformen
Neuigkeitswert in Bezug auf den bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsstand	- Grad an Neuigkeit des Inhalts - Grad an Neuigkeit der Methode
Chance auf Bewältigung	- Grad an Bekanntheit des bereichsspezifischen Inhalts - Grad an Bekanntheit der bereichsspezifischen Methode - Sprachliche Komplexität der Aufgabenstellung
Potenzial zur inneren Differenzierung	- Möglichkeit der Bearbeitung auf unterschiedlichem kognitiven Niveau, in unterschiedlicher Tiefe, in unterschiedlichem Umfang

Repräsentation einer authentischen Situation	- Reichweite der Situierung des bereichsspezifischen Inhalts bzw. der Methode - Komplexität der Modellierung
Förderung von Problemlösefähigkeit	- Offenheit der Ausgangsituation - Zahl der möglichen Lösungswege - Offenheit der Zielsituation
Erfordernis sozialer Interaktionen	- Erfordernis von Gruppen- oder Partnerarbeit - Erfordernis von Diskussion und/ oder Reflexion im Klassenverband

2.2 Fachübergreifendes Analyseverfahren zur Ermittlung der Aufgabenqualität

Zur Erfassung der dargestellten Merkmale hoher Aufgabenqualität wurde ein dreistufiges Analyseverfahren entwickelt, das zwischen dem objektiven Potenzial einer Aufgabe, den intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson und ihrer Realisierung im Lehr-Lernprozess unterscheidet. Bei allen drei Schritten handelt es sich um qualitativ-interpretative Rekonstruktionen im Hinblick auf theoriegeleitet entwickelte Dimensionen.

1 Im ersten Schritt wird anhand einer objektiven Aufgabenanalyse (Williams & Clarke, 1997; Bromme, Seegers & Steinbring, 1990; Neubrand, 2002) ermittelt, welches Potenzial einer Aufgabe aus didaktischer und fachlicher Sicht im Hinblick auf den vorgesehen Rahmen innewohnt. Die hier bestimmte Komplexität einer Aufgabe ist eine Eigenschaft der Aufgabe allein, unabhängig von der Umsetzung innerhalb einer konkreten Unterrichtssituation oder den Intentionen der Lehrkraft. Die Schwierigkeit einer Aufgabe ergibt sich dagegen aus der Interaktion der Schüler mit der Aufgabe (Williams & Clarke, 1997). Grundlage der *Potenzialanalyse* ist die (schriftliche) Aufgabenformulierung, wie sie den Schülerinnen und Schülern von der Lehrperson in Form von Arbeitsblättern, Tafelanschrieb u.Ä. präsentiert wird.

2 Diese objektive Bestimmung der Aufgabenqualität wird im zweiten Schritt ergänzt durch eine *Analyse der intendierten Anforderungen* seitens der Lehrperson. Die Aufnahme dieses – im Vergleich zu bestehenden Analysemodellen zusätzlichen – Schritts geschieht unter zwei Gesichtspunkten: Zum einen fließen in der Wahl von Aufgaben grundlegende Unterrichtsvorstellungen von Lehrpersonen zusammen (Koch-Priewe, 2000), die mit einer wissenschaftlichen Sicht nicht übereinstimmen müssen und noch vor der Realisierung im Unterricht zu einer Veränderung gegenüber der objektiven Aufgabenqualität führen können. Darüber hinaus kommt in diesem Schritt erstmalig die konkrete Situation der Lerngruppe in den Blick; die Aufgabe wird nun in Zusammenhang mit den Vorkenntnissen der Schüler und mit ihrer Stellung innerhalb der Unterrichtssequenz gesehen. Grundlage der Analyse der intendierten Anforderungen sind Interviewaussagen der Lehrerinnen und Lehrer.

3 Anhand von Videoaufnahmen kann anschließend im dritten Schritt eine *Analyse der realisierten Aufgabenqualität* erfolgen, bei der untersucht wird, inwieweit das objektive Potenzial einer Aufgabe und die intendierten Anforderungen in der authentischen Lehr-Lernsituation realisiert werden. Dieser Schritt ist insofern von Bedeutung, als eine zentrale Erkenntnis aus der TIMS-Videostudie lautet, dass die Ausgangskomplexität von Aufgaben im deutschen Mathematikunterricht nicht unter der Komplexität von Aufgaben im Mathematikunterricht anderer Länder liegt (Baumert et al., 1997; Stigler et al., 1999). Erst das

schrittweise Zerteilen im stark von der Lehrperson gelenkten fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch führt zu einer Komplexitätsreduktion.

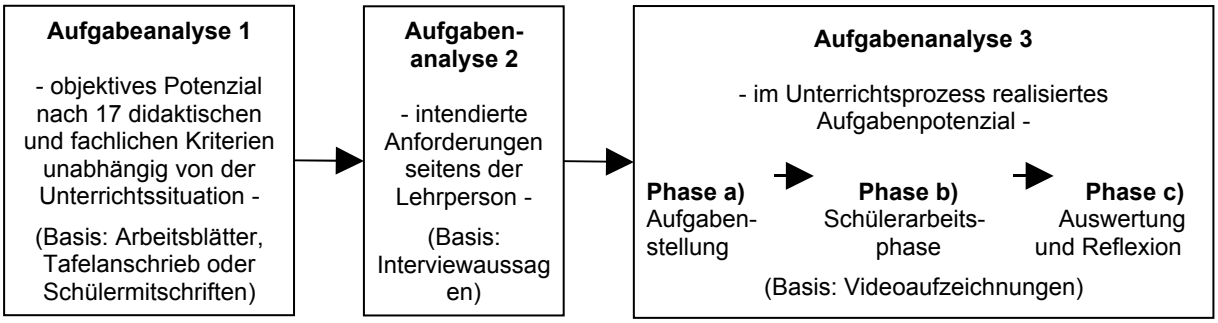

Abbildung 2: Verfahren der Aufgabenanalyse

Um Anlässe für eventuelle Abweichungen im Lehr-Lernprozess spezifizieren zu können, werden bezüglich der Umsetzung der Aufgabe im Unterricht drei Phasen unterschieden:

a) Phase der *Aufgabenstellung*, wobei insbesondere darauf geachtet wird, ob durch die Lehrperson neben der Vorstellung der Aufgabe weitere Hinweise zur Durchführung oder zu speziellen Erwartungen gegeben werden, welche die Anforderungen der Aufgabe verändern.

b) In der *Schülerarbeitsphase* stehen Beobachtungen im Vordergrund, die auf individuelle Unterschiede oder Besonderheiten in der Bearbeitung hinweisen.

c) Phase der *Auswertung und Reflexion*, in welcher insbesondere auf weiterführende Fragen der Lehrperson geachtet wird, die besondere Ziele deutlich werden lassen, oder darauf, ob die Aufgabenbearbeitung durch reflektierende Fragestellungen vertieft wird.

3 Exemplarische Analyse der Qualität einer mathematischen Aufgabe

Im folgenden Abschnitt werden das vorgestellte Modell von Aufgabenqualität und das Verfahren der Aufgabenanalyse exemplarisch verdeutlich. Das Material hierfür stammt aus einer früheren Studie der Autoren, in der die Handlungsmuster von Lehrpersonen der Sekundarstufe II per Videoaufnahmen untersucht wurden.[4] Da jeweils auch die Unterrichtsmaterialien eingesammelt und die Lehrpersonen interviewt wurden, ist die Durchführung aller drei Analyseschritte möglich, ohne dass eine neue Datenerhebung erfolgen muss. Der besseren Vergleichbarkeit von Chancen und Grenzen unseres Analysemodells mit vorliegenden Modellen zuliebe, die auf Mathematikunterricht

[4] Die Studie „Handlungsmuster von Lehrerinnen und Lehrern beim Einsatz von Informations- und Kommunikationstechnologien im Unterricht der Fächer Deutsch, Informatik und Mathematik“ (H-A-M-L-E-$_{IK}$T) wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Schwerpunktprogramms 1082 „Die Bildungsqualität von Schule: Fachliches und fächerübergreifendes Lernen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Abhängigkeit von schulischen und außerschulischen Kontexten“ (BIQUA) gefördert, Projektnummer BL 548/2-1.

fokussieren, kamen für die vorliegende Sekundäranalyse nur die Mathematikstunden in die engere Auswahl. Aus diesen wurde dann eine Stunde zufällig gezogen, da es uns nicht um die Präsentation einer besonderen Aufgabenform geht, sondern um die Demonstration des Potenzials unseres Analysemodells für die Untersuchung alltäglichen Mathematikunterrichts.
Die hier betrachtete Aufgabe ist Element einer Unterrichtsreihe zur Einführung in die Differenzialrechnung. Das Thema der Stunde ist die Untersuchung von Funktionenscharen, einer der Standardinhalte der Sekundarstufe II. Die Aufgabenstellung, die den Schülern auf einem Arbeitsblatt vorgelegt wird, lautet:

a)	Untersuche zunächst die Funktion von S. 168, Nr. 17b ($f(x) = x^4 + ax^2$) mit Hilfe des Programms FUNKTION. Beachte, dass im Programm ein bestimmter Parametername vorgesehen ist! Wähle geeignete Werte für den Scharparameter.
b)	Stelle auf Grund dieser anschaulichen Analyse eine Vermutung auf, für welche Werte des Scharparameters das zugehörige Schaubild eine, keine oder mehrere waagerechte Tangenten besitzt.
c)	Überprüfe Deine Vermutung durch geeignete Rechnungen.

Die Umsetzung der Aufgabe innerhalb der spezifischen Unterrichtstunde geschieht wie folgt:

0 Vorbereitung (7 Minuten)

Der Lehrer beginnt die Stunde mit den Worten: „Ich möchte mit Euch ein Programm benutzen heute, womit wir an einer Aufgabenstellung weiterarbeiten können, mit der wir in der letzten Stunde begonnen haben.“ Daraufhin stellt er das Programm FUNKTION vor, indem er damit der gesamten Klasse die Untersuchung einer Funktionenschar demonstriert (Veränderung der Scharparameter, Ablesen der Nullstellen etc.). Der Lehrercomputer ist an einen Beamer angeschlossen. Die Schüler führen die Befehle an ihren Computerarbeitsplätzen parallel selbst aus.

1 Phase der Aufgabenstellung (1 Minute)

Der Lehrer teilt das Arbeitsblatt ohne weitere Erläuterungen aus. Er fordert die Schüler lediglich auf, nun selbstständig zu arbeiten und die Fragen schriftlich mit Hilfe des Programms zu beantworten.

2 Schülerarbeitsphase (15 Minuten)

Die Schüler arbeiten einzeln oder in Paaren an Computern. Der Lehrer verfolgt die Schülerarbeiten und gibt gelegentlich individuelle Hilfestellungen. Dabei können strategische

Hilfen zur Durchführung der anschaulichen Analyse beobachtet werden („Was passiert denn immer, wenn Du auf ‚Schar' drückst?") sowie Hinweise bezüglich geeigneter Verfahren („Ihr müsst eine Fallunterscheidung machen."). Die auf die Lehrperson gerichtete Kameraführung macht es nicht möglich, individuelle Arbeiten der Schüler zu verfolgen.

3 Phase der Auswertung und Reflexion (10 Minuten)

Zwei vom Lehrer ausgewählte Schüler stellen ihre Ergebnisse zu den drei Teilaufgaben vor, wobei sie bei Teilaufgabe a) den Lehrer-PC und Beamer verwenden. Die Vortragsweise ist fließend, aber sehr formal. Es werden keine selbstständigen Argumentationen vorgenommen, Rechnungen aber verständlich dargelegt. Während der Präsentation und auch während der Ergänzungen des Lehrers gibt es keine Bemerkungen zum allgemeinen methodischen Vorgehen. Nur die formalen Berechnungen werden nachvollzogen, auf Grund von Fragen der Mitschüler teilweise mehrmals.

Abschließend stellt der Lehrer die Frage „Wozu war die eigentliche Rechnung überhaupt gut? Wir haben das doch vorher gesehen." Damit leitet er eine Evaluation des Verfahrens der Funktionenanalyse mittels Computer ein. Er akzeptiert die Aussage eines Schülers, dass nur die Rechnung die „genauen Grenzen" angibt und ergänzt diese mit einigen Worten.

Nach 33 Minuten Unterrichtsdauer gehen die Schüler zur Bearbeitung einer zweiten, ähnlichen Aufgabe über. Die Unterrichtsstunde endet nach 44 Minuten.

Im Folgenden werden für jedes Aufgabenmerkmal die oben vorgestellten drei Analyseschritte durchgeführt.[5] Eine Zusammenfassung der Analyseergebnisse gibt Tabelle 2.

3.1 Exemplarische Erschließung eines gesellschaftlich relevanten Bildungsinhalts

Potenzialanalyse: Die Analyse von Funktionenscharen mittels Differenzialrechnung findet Anwendung in Modellierungsprozessen, bei denen die Auswirkung eines freien Parameters auf die Eigenschaften einer Funktion untersucht wird. Funktionenanalysen dieser Art sind relevant z.B. für dynamische Prozesse in Naturwissenschaften, Medizin und Technik (Bewegungsvorgänge, Wachstumsprozesse, Abklingvorgänge), aber auch in den Sozial- und Wirtschaftswissenschaften (Kosten-, Erlös-, Gewinnfunktionen, Steuergesetzgebung, Theorie der Lebenshaltungskosten). Darüber hinaus können prinzipiell allgemeine Methoden des Problemlösens wie das Experimentieren, das Aufstellen von Vermutungen, das Ordnen von Beobachtungen etc. Anwendung finden. In methodischer Hinsicht hat die Verwendung des Computers gesellschaftliche Relevanz. Gesellschaftliche Partizipationsmöglichkeiten sind heute in vielfacher Hinsicht an das Verfügen über Medienkompetenz gebunden, sodass der

[5] Wir danken den beiden anonymen Gutachtern für ihre hilfreichen Anmerkungen zu diesem Abschnitt.

Erwerb von entsprechenden Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten zu einem wichtigen Bestandteil von Allgemeinbildung geworden ist (Blömeke 2000, 2003b).

Aus fachlicher Perspektive dient die zu analysierende Funktion in inhaltlicher Hinsicht der exemplarischen Erschließung einer wichtigen mathematischen Methode. In methodischer Hinsicht sind viele reale Probleme nicht analytisch lösbar, was graphisch-anschaulichen Abschätzungen neben den numerischen Verfahren ihre Bedeutung gibt. Die komplexe und aufwendige Betrachtung von Kurvenscharen kann erst durch den Einsatz von Computeralgebrasystemen (CAS) in den Mathematikunterricht integriert werden (vom Hofe, 1998). Ohne das sekundäre Medium (Aebli, 1981, 355) des Computers wäre die Analyse dieser Eigenschaften nur auf abstrakter Ebene möglich, was für die Schüler zeitlich aufwändiger, aber nicht unbedingt verständnisfördernder wäre. Der Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler wird ausgeweitet und die kognitive Organisation von Wissen unterstützt (Jong & Jolingen, 1998; Fischer & Mandl, 2002; Blömeke, 2003a).

Intendierte Anforderungen: Aus dem im Anschluss an die Unterrichtsstunde geführten Interview geht hervor[6], dass sich die Schülerinnen und Schüler zuletzt mit den Extremstellen von Funktionen beschäftigt haben. Aus der zunächst im Umfang offengehaltenen Untersuchung der Eigenschaften von Funktionen müssen deshalb die Wendestellen ausgeklammert werden. Der Lehrer gibt weiterhin an, dass das Programm für die Schüler neu ist, er aber aufgrund der guten Benutzeroberfläche und „eine(r) genug klare(n) Benutzerflächenführung“ erwarte, dass die Schüler die Arbeitsweise schnell verstehen und selbstständig ausführen können.

Realisierte Aufgabenqualität:[7] Im Unterricht selbst werden durch den Lehrer bezüglich des Umfangs der Untersuchung in a) keine weiteren Hinweise gegeben. In der Phase der Präsentation wird aber deutlich, dass sich die Schüler auf die Untersuchung der Extremstellen beschränkt haben. Dies wurde vom Lehrer akzeptiert und entspricht somit wahrscheinlich seinen Erwartungen. Damit findet im Vergleich zum Potenzial der Aufgabe in der Realisierung eine Einschränkung auf einen engen Ausschnitt funktionaler Untersuchungen statt. Für viele reale Problemstellungen (insbesondere Optimierungen) sind die Extrema der beschreibenden Funktionen zwar von besonderer Bedeutung, in Abhängigkeit von der spezifischen Problemstellung können aber auch andere funktionale Eigenschaften ebenso

[6] Die Interviews, ebenfalls Bestandteil der Videostudie HAMLET, werden im vorliegenden Beitrag unter einer neuen Fragestellung ausgewertet. Dies bedeutet allerdings im Einzelfall, dass nicht zu allen Dimensionen der intendierten Anforderungen Aussagen der Lehrperson vorliegen.

[7] Aus Platzgründen muss an dieser Stelle des Analyseverfahrens immer schon direkt eine Einordnung des Unterrichts erfolgen. Eine detailliertere Beschreibung des Unterrichtsablaufs, die dem Leser eine eigenständige Einschätzung ermöglichen würde, bleibt damit leider außen vor. Bei Interesse können die entsprechenden Transkriptauszüge aber zugänglich gemacht werden.

wichtig oder sogar wichtiger sein (z.B. Nullstellen bei Funktionen aus der Ökonomie). Diese Schwerpunktsetzung auf Extrema könnte ein allgemeines Problem des Curriculums sein, aber auch mit der speziellen Planung der Unterrichtseinheit durch den Lehrer zusammenhängen.

Die Realisierung bestätigt, dass mit dieser Aufgabe tatsächlich exemplarisch die Erschließung der Untersuchung von Funktionen mit Hilfe neuer Medien anregt wurde. Die Schüler haben die anschauliche Analyse von Funktionen mittels Computer zwar (direkt) zuvor demonstrativ erlebt, sie aber bisher nicht selbstständig durchgeführt.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Aufgabe prinzipiell gesellschaftliche Relevanz sowohl hinsichtlich ihres Beitrags zur Thematisierung gesellschaftlicher Grundfragen als auch zum Erlernen allgemeiner Methode besitzt. In der Realisierung wurde die gesellschaftliche Relevanz auf inhaltlicher Ebene (Analyse dynamischer Prozesse in Natur und Gesellschaft) allerdings deutlich eingeschränkt, während sie auf methodischer Ebene (Computernutzung) umgesetzt wurde.

3.2 Ansprache eines Bedürfnisses der Schülerinnen und Schüler

Potenzialanalyse: Die Aufgabe spricht Interesse und Neugier der Schüler aus sich heraus nicht an. Die Aufmachung ist schlicht und formal, interessante inner- oder außermathematische Verbindungen werden nicht hergestellt. Dagegen sollte das verfügbare Medium, der Computer, zumindest bei einigen Schülern Interesse wecken. Der Computer als Werkzeug und Darstellungsmittel nimmt ihnen aufwendige Rechnungen und Zeichnungen ab und gibt ihnen prinzipiell Raum für eigenständige Experimente und Entdeckungen.

Intendierte Anforderungen: Im Interview wird deutlich, dass die Lehrperson Wert darauf legt mathematische Inhalte und Methoden so zu vermitteln, dass den Schülerinnen und Schülern ein selbstsicherer Umgang mit Mathematik möglich wird.

Realisierte Aufgabenqualität: Auf der Basis von Videobeobachtungen ist es schwierig zu entscheiden, inwieweit es der Lehrperson tatsächlich gelingt, mit der Aufgabe Bedürfnisse ihrer Schülerinnen und Schüler anzusprechen. Das hohe Engagement der Schüler (gute Mitarbeit, inhaltliche und methodische Fragen an den Lehrer, konzentrierte Arbeit am Computer) gibt Anlass zu folgern, dass die Einführung des Computers für Funktionsuntersuchungen zumindest in methodischer Hinsicht tatsächlich eine motivierende Neuerung darstellt. Für detailliertere und sichere Aussagen müssten die Schülerinnen und Schüler befragt werden.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Aufgabenstellung inhaltlich wenig geeignet ist, die Schüler zu motivieren. Potenziell liegt jedoch durch die Verwendung des Computers eine Motivierung auf methodischer Ebene vor, welche vermutlich auch umgesetzt werden konnte.

3.3 Förderung genereller intellektueller Fähigkeiten

Potenzialanalyse: Anderson und Krautwohl (2001) haben eine überarbeitete Fassung der vielfach kritisierten Bloom'schen Lernzieltaxonomie vorgelegt, mit der sich die in einer Aufgabe geförderten intellektuellen Fähigkeiten in zwei Richtungen bestimmen lassen: Wissensformen und kognitive Prozesse. Vom Potenzial her ist die hier analysierte Aufgabe geeignet, alle vier Wissensformen zu fördern: Faktenwissen (*factual knowledge*), Konzeptwissen (*conceptual knowledge*), prozedurales Wissen (*procedural knowledge*) und metakognitives Wissen (*metacognitive knowlege*). Ebenso können prinzipiell fünf der sechs von Anderson und Krautwohl unterschiedenen kognitiven Prozesse angeregt werden: Erinnern (*remember*), Verstehen *(understand),* Anwenden *(apply),* Analysieren *(analyze)* und Gestalten (*create*). Lediglich zum Evaluieren *(evaluate)* enthält die schriftlich vorliegende Aufgabenformulierung keine Aufforderung..

Aus dem Spektrum mathematischer Kompetenzen (KMK, 2003) werden potenziell das mathematische Darstellen sowie das Verwenden formaler, symbolischer und technischer Elemente der Mathematik stark, das mathematische Problemlösen und das mathematische Argumentieren in geringerem Maße einbezogen. Zum mathematischen Modellieren und Kommunizieren gibt die Aufgabenstellung selbst keine Anregungen.

Intendierte Anforderungen: Laut Aussage des Lehrers haben die Schüler bereits formal Extremwerte bestimmt. Sie sind somit mit deren Eigenschaften vertraut. Die Übertragung auf Kurvenscharen unter Einbeziehung des Computers stellt einen nächsten Anwendungsschritt auf schwierigere Aufgaben dar. In der vorhandenen schulischen Infrastruktur – geringe Anzahl an Computern – sieht der Lehrer kein Problem, sondern konstruktiv eine Chance, durch Partnerarbeit Kommunikation unter den Schülern herzustellen.

Realisierte Aufgabenqualität: Im Zuge der speziellen Unterrichtsstunde wird Faktenwissen, basales Konzeptwissen und schließlich prozedurales Wissen gefordert. Dagegen bezieht die Lehrperson selbst in der gemeinsamen Auswertung kein komplexeres konzeptuelles Wissen ein. Sie regt durch den Vergleich von computergestützter und traditioneller Aufgabenbearbeitung zwar den Erwerb metakognitiven Wissens an, beschränkt dieses

allerdings durch ihre starke Lenkung des Gesprächs deutlich. Durch die Verhinderung eigenständiger Wertungen kann es nicht zu einer tiefgehenden Evaluation der anschaulichen Analyse zusammen mit der Diskussion der Vorteile der rechnerischen Untersuchung kommen. Aber auch kognitive Prozesse der Stufe eigenständigen Gestaltens werden durch den speziellen Ablauf der Stunde nicht umgesetzt.

In der Realisierung wird ebenfalls erkennbar, dass keine eigenständigen mathematischen Problemlösungen erforderlich sind, da im Wesentlichen dem durch den Lehrer gegebenen Schema zu folgen ist. Das mathematische Argumentieren und Kommunizieren wird durch die gemeinsame Reflexion möglich, fand in der tatsächlichen Umsetzung jedoch kaum in eigenständiger Form statt. Kommunikative Aktivitäten finden sich vor allem im Schülervortrag, dort aber auch nur sehr formal wieder.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Aufgabenstellung potenziell kognitive Anforderungen bis zur höchsten Stufe zulässt, welche die Lehrperson selbst aber nicht anstrebt und welche in der Realisierung auch nicht in dieser Breite sichtbar werden. Ohne genaue Kenntnis der konkreten Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler ist es schwierig auszumachen, inwieweit die Anforderungen in der „Zone der nächsten Entwicklung“ liegen. Bezüglich mathematischer Kompetenzen ließ die Aufgabenstellung keine ausgewogene und umfassende Förderung zu, was durch die Umsetzung im Unterricht auch nicht ausgeglichen wurde.

3.4 **Neuigkeitswert in Bezug auf den bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsstand**

Potenzialanalyse: Auf Grund der Aufgabenformulierung (weder Hilfen noch methodische Hinweise) kann vermutet werden, dass die Schülerinnen und Schüler funktionale Untersuchungen dieser Art bereits ausgeführt haben. Die beiden Hinweise zum Umgang mit dem Programm und zum Umgang mit dem Scharparameter deuten aber darauf hin, dass die Analyse mittels Computer und die Analyse von Kurvenscharen den Schülern noch nicht vertraut sind. Die anschauliche Analyse und das systematische Experimentieren mittels Computer verkörpern somit den Neuigkeitswert der Aufgabe. Ein Erkenntnisgewinn kann in der Beschreibung der Wirkung der Variation eines Parameters auf eine spezifische Funktion gesehen werden, was bei entsprechender Reflexion u.a. zur Vertiefung des Verständnisses von Polynomen dienen kann. Aufgrund des eigenständigen Experimentierens könnten selbstständig Zusammenhänge entdeckt werden.

Intendierte Anforderungen: Im Interview wird deutlich, dass den Schülerinnen und Schülern die bereichsspezifischen Inhalte bekannt sind („…wir hatten eine Aufgabe und damit eigentlich die ganze Thematik … im Unterricht vorher schon mit Tafel und Kreide besprochen“). Dagegen wird erstmals der Computer eingesetzt.

Realisierte Aufgabenqualität: Im Unterrichtsvideo kann beobachtet werden, dass ein Erkenntnisgewinn über die Lösung der Aufgabe hinaus von der Lehrperson in inhaltlicher Hinsicht während keiner Phase des Unterrichts gefördert wird. Um herauszuarbeiten, inwieweit einzelne Schüler in der Lage waren, neue Strukturzusammenhänge zu erkennen, müssten ihre schriftlichen Aufgabenlösungen analysiert und Interviews mit ihnen durchgeführt werden. In methodischer Hinsicht wird im Video deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler Untersuchungen von Funktionenscharen unter Verwendung eines Funktionsplotters bisher noch nicht selbstständig ausgeführt haben. Ihnen wird lediglich direkt vor der Aufgabe die Analyse von Funktionen mit dem PC demonstriert.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das Potenzial der Aufgabe bezüglich eines inhaltlichen Erkenntnisgewinns durch den Lehrer nicht umgesetzt wird, wohl aber der mögliche Zuwachs hinsichtlich der bereichsspezifischen Methoden. Die Realisierung entspricht hier der Intention des Lehrers.

3.5 Chance auf Bewältigung

Potenzialanalyse: Die Aufgabenstellung erfordert Grundkenntnisse der Differenzialrechnung, einem bundesweiten Schwerpunkt des Curriculums in der Sekundarstufe II. Die Kenntnisse werden in der Regel in der Jahrgangsstufe 11 erworben. Im Detail sind Kenntnisse zu Definitionen und Kriterien der Eigenschaften von Funktionen, die Fertigkeit der rechnerischen Extremwertbestimmung und die Fähigkeit zur graphischen Interpretation notwendig. Die notwendigen mathematischen Operationen (Ableitungen von Polynomen, Nullstellenbestimmung, Lösen einer quadratischen Gleichung) entsprechen Routineoperationen. Die Aufgabenformulierung ist einer elften Klasse angemessen; alle fachsprachliche Begriffe („Funktion“, „Scharparameter“, „Schaubild“, „waagerechte Tangente“) sind Standardbegriffe der elften Klasse, die Satzstruktur ist gut nachvollziehbar und auch die Vokabeln bezüglich Anweisungen („Untersuche“, „Vermutung“, „Überprüfe“, „geeignete Rechnungen“) sollten Schüler der elften Jahrgangsstufe mit einem bekannten Konzept verbinden können. Somit sind die fachlichen Vorkenntnisse zur Bewältigung der Aufgabe vorhanden und auch das Verständnis der Aufgabenstellung wird erwartet.

Intendierte Anforderungen: Weitere Aussagen hinsichtlich der intendierten Chancen auf Bewältigung der Aufgabe seitens der Schüler können dem Interview nicht entnommen werden. Den Interviewaussagen zufolge geht der Lehrer davon aus, dass die Schülerinnen und Schüler die Aufgabenstellung ohne Probleme verstehen können.

Realisierte Aufgabenqualität: In keiner der drei Phasen der Realisierung werden Veränderungen bezüglich der objektiven Anforderungen vorgenommen. Insbesondere gibt der Lehrer keine Hinweise zu den Anforderungen der Aufgabe. Während der Präsentation wird deutlich, dass die Inhalte den Schülern bekannt waren, also Standardinhalte angesprochen wurden. Gleiches gilt bezüglich der Vokabeln zur Aufgabenstellung; auch hier gibt es weder Erläuterungen seitens der Lehrperson noch Verständnisfragen der Schülerinnen und Schüler. Sie wissen offenbar, was durch die Aufgabenformulierung von ihnen verlangt wird und die fachsprachlichen Begriffe scheinen ihnen vertraut zu sein. Soweit Beobachtungen eine solche Einschätzung zulassen, kann gefolgert werden, dass die Aufgabe verständlich formuliert wurde.

Zusammenfassend wird festgestellt, dass die Chance auf Bewältigung der Aufgabe in Bezug auf die bereichsspezifischen Inhalte für alle Schülerinnen und Schüler gegeben war. Dies konnte bereits auf Basis der Aufgabenstellung vermutet und in der Realisierung bestätigt werden.

3.6 Potenzial zur inneren Differenzierung

Potenzialanalyse: Die Aufgabe besitzt das Potenzial zur Differenzierung, da sie unterschiedlich umfangreich, unterschiedlich tiefgehend und auf unterschiedlichen kognitiven Niveaus bearbeitet werden kann. Beispielsweise besteht die Möglichkeit zu entscheiden, welche und wie viele Funktionsmerkmale untersucht werden oder wie bei der Fallunterscheidung vorgegangen wird. Wie in Abschnitt 3.3 dargestellt wurde, beinhaltet die Aufgabe prinzipiell vielseitige intellektuelle Anforderungen, was individuell unterschiedliche Bearbeitungen erlaubt (innere Differenzierung bzw. Selbstdifferenzierung in Abhängigkeit von den kognitiven Fähigkeiten). Durch die Formulierung der Aufgabe wird eine solche Differenzierung und individuelle Ausgestaltung jedoch nicht explizit angeregt.

Intendierte Anforderungen: Nach den Interviewaussagen beabsichtigt der Lehrer, mit der gewählten Aufgabenstellung sowohl leistungsstärkeren als auch leistungsschwächeren Schülern die Möglichkeit zu bieten, die Aufgabe nach ihren individuellen Fähigkeiten zu bearbeiten.

Realisierte Aufgabenqualität: Bezüglich eines individuellen, differenzierten Bearbeitens gibt es in der Unterrichtsstunde keine Anregungen durch den Lehrer. Allerdings ist hervorzuheben, dass die Art der Aufgabenbearbeitung mit Hilfe des Computers allen Schülerinnen und Schülern einen individuellen Zugang zur Aufgabe ermöglicht. Auf Grund der Hilfestellungen und der Fragen während der Präsentation kann darüber hinaus auf eine starke Differenzierung im Niveau der Bearbeitung durch die Schüler und im Hinblick auf ihre Selbstständigkeit geschlossen werden. Insbesondere werden Unterschiede in der Effektivität der Funktionenanalyse, der Exaktheit der Darstellung, der Systematik und der Genauigkeit der Fallunterscheidung vermutet. Um diese Vermutungen zu stützen, müsste eine Analyse der Tätigkeiten der Schülerinnen und Schüler am PC und ihrer Aufzeichnungen erfolgen.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Möglichkeit der differenzierten Bearbeitung der Aufgabe sowohl potenziell möglich als auch vom Lehrer intendiert ist und auch umgesetzt wird.

3.7 Repräsentation einer authentischen Situation

Potenzialanalyse: Der Kontext der Aufgabe ist innermathematisch, es besteht keine Notwendigkeit einer Modellierung bzw. Mathematisierung. Eine authentische Situation ist somit nicht gegeben, obwohl dies durch das hohe Anwendungspotenzial der Untersuchungen von Funktionen möglich wäre. Durch die Verwendung des Rechners ist allerdings das Analyseverfahren der Realität angeglichen und ein „authentisches Hilfsmittel“ verwendbar.

Intendierte Anforderungen: Dem Interview können keine expliziten Aussagen hinsichtlich der intendierten Repräsentation einer authentischen Situation entnommen werden. Es wird aber eine generelle Überzeugung des Lehrers deutlich, dass in der Mathematik die Möglichkeiten, Anwendungen aufzuzeigen, sehr beschränkt seien. Er sieht viele Anwendungsaufgaben als „Pseudoanwendungsaufgaben“ und die wirklichen Anwendungen als für den Unterricht zu komplex an.

Realisierte Aufgabenqualität: Obwohl durchaus Anlass bestand, werden in der Realisierung keine Bezüge zur Lebenswelt der Schüler bzw. zu den vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten der verwendeten mathematischen Inhalte und Methoden hergestellt.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass weder eine Situierung des bereichsspezifischen Inhalts oder der Methode durch die Aufgabe vorgenommen noch eine komplexe mathematische Modellierung intendiert bzw. durchgeführt wird.

3.8 Förderung von Problemlösefähigkeit

Potenzialanalyse: Durch ihre Formulierung ist Teilaufgabe a) potenziell zu den offenen Aufgaben zu zählen, denn die Lösungsmethoden werden nicht vorgegeben und auch das Ziel ist nicht festgelegt. Auch in Teilaufgabe b) werden die notwendigen Operationen nicht spezifiziert, die Schülerinnen und Schüler müssen beispielsweise erst überlegen, wie sie zu einer Vermutung gelangen können. Es bleibt auch frei gestellt, wie sie auszuformulieren ist. Insofern besteht durch die Aufgabenteile a) und b) die Chance auf Förderung von Problemlösefähigkeit. Teilaufgabe c) ist den geschlossenen Aufgaben (Routineaufgaben) zuzuordnen. Zwar wird die zu verwendende Methode nicht explizit genannt, durch den Zusatz „Rechnungen“ gibt es aber nur noch ein, den Schülern bekanntes Lösungsverfahren.

Intendierte Anforderungen: Der unterrichtende Lehrer betont während des Interviews, dass er Wert darauf legt, dass die Schüler selbstständig arbeiten. Er spricht aber gleichzeitig von „Arbeitsanweisungen“, die er den Schülern in schriftlicher Form vorlegt und die sie „umsetzen müssen“. Implizit unterscheidet er somit zwischen selbstständigem Arbeiten und selbstständigem Denken. Insofern kann man schlussfolgern, dass er selbstständiges Problemlösen nicht als Schwerpunkt seines Unterrichts ansieht.

Realisierte Aufgabenqualität: Die Aufgabe wird nicht in der offenen Form, welche die Aufgabenstellung ermöglicht, bearbeitet. Durch die Demonstration des Vorgehens durch den Lehrer direkt vor der Aufgabenstellung wird die Methode in a) genau vorgegeben. Auch das Ziel ist für die Schülerinnen und Schüler klar, was insbesondere an der Einschränkung auf die Untersuchung von Extremwerten erkennbar ist. Gleiches gilt für die potenzielle Methodenoffenheit von Teilaufgabe b), die ebenfalls nicht realisiert wird.

Innerhalb der Auswertung sind nur die Ergebnisse von Bedeutung. Auf den Prozess der Bearbeitung, z.B. auf ein systematisches Vorgehen bei der anschaulichen Analyse und der Herausarbeitung der wichtigen Fälle geht der Lehrer nicht ein. Auch die individuellen Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit dem neuen Programm kommen nicht zur Sprache. Es werden keine unterschiedlichen Lösungswege oder Herangehensweisen vorgestellt und diskutiert bzw. durch den Lehrer ergänzt, was bei einer Wertschätzung und Förderung des selbstständigen Problemlösens unabdingbar wäre.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eine nach objektiven Kriterien offene Aufgabe in der unterrichtlichen Realisierung auf eine Aufgabe reduziert worden ist, die auf genau ein Vorgehen und genau eine Lösung abzielt. Das hohe Potenzial der Aufgabe bezüglich der Förderung von Prozessen des Problemlösens und des entdeckenden Arbeiten ist verschenkt worden. Dies deuten bereits die vom Lehrer intendierten Anforderungen an.

3.9 Erfordernis sozialer Interaktion

Potenzialanalyse: Die Aufgabenstellung an sich erfordert keine Gruppenarbeit bzw. soziale Interaktion.

Intendierte Anforderungen: Im Interview äußert der Lehrende, dass er „Kleingruppenarbeit" für sinnvoll hält, sie in dieser speziellen Unterrichtssituation aufgrund der geringen Anzahl von Rechnern (14 für 27 Schüler) sogar unabdingbar sei. Seine Aussage: „Man musste sich absprechen und man sollte über die Inhalte sprechen", ist ein Indiz dafür, dass er soziale Interaktionen für wertvoll und wichtig hält.

Realisierte Aufgabenqualität: Die Aufgabe wird zum Teil einzeln und zum Teil in Partnerarbeit gelöst. Mindestens für die Schülerinnen und Schüler, die in der letztgenannten Sozialform arbeiten, ist die Realisierung eines Teils der Ansprüche, die mit kooperativem Lernen verbunden sind, zu erwarten. Um dies im Einzelnen klären zu können, müssten allerdings Aufnahmen der Gruppengespräche der Schülerinnen und Schüler stattfinden.

Eine gute Gelegenheit für soziale Interaktionen bietet die Reflexion der Aufgabe im Klassenverband. Diese läuft jedoch stark durch den Lehrer gelenkt ab, eine Diskussion unter den Schülern findet nicht statt und wird auch nicht angeregt. Auffällig sind die formalen Antworten der Schüler und die fehlende selbstständige fachliche Argumentation, was ein Hinweis auf die niedrige Gewichtung der selbstständigen fachlichen Interaktion der Schüler ist.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Aufgabe nicht explizit Gruppen- bzw. Partnerarbeit erfordert. Dennoch besteht für die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit bzw. Notwendigkeit die Aufgabe in Partnerarbeit zu bearbeiten, was die Lehrperson so auch intendiert. Der Austausch von Wissen im sozial-konstruktivistischen Sinne findet auf Grund der Gesprächsführung des Lehrers nicht statt.

4 Zusammenfassung und weitere Forschungsaufgaben

Im vorliegenden Beitrag wurden neun Merkmale mit insgesamt 18 Kriterien zur Einschätzung der Qualität lernprozessanregender Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht entwickelt. Lernprozessanregende Aufgaben sollen danach in inhaltlicher und methodischer Hinsicht die exemplarische Erschließung eines gesellschaftlich relevanten Bildungsinhalts ermöglichen, ein Bedürfnis der Schülerinnen und Schüler ansprechen, in den kognitiven Anforderungen knapp über den vorhandenen intellektuellen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler liegen, ihren bereichsspezifischen Wissens- und Erfahrungsstand inhaltlich und

methodisch erweitern, eine Chance auf Bewältigung bieten, das Potenzial zur inneren Differenzierung besitzen, eine authentische Situation repräsentieren, Problemlösefähigkeit durch Offenheit in der Ausgangssituation, bei der Wahl der Lösungswege und in der Zielsituation fördern sowie soziale Interaktion induzieren.

Für die Analyse der Aufgabenqualität wurde ein dreistufiges Verfahren vorgestellt, das zwischen dem objektiven Potenzial einer Aufgabe, den intendierten Anforderungen seitens der Lehrperson und der Realisierung im Lehr-Lernprozess unterscheidet. Dabei wird der letzte Schritt noch einmal nach den Phasen Aufgabenstellung, Aufgabenbearbeitung sowie Auswertung/Reflexion differenziert.

Anhand einer Aufgabe aus dem Mathematikunterricht der elften Klasse wurden Modell und Verfahren exemplarisch angewendet. Dabei wurde deutlich, dass im Zuge der Realisierung die potenziell mögliche Aufgabenqualität in Bezug auf sieben Analysekriterien ohne Erweiterung oder Einschränkung umgesetzt wurde. Dies sind: die gesellschaftliche Relevanz in methodischer Hinsicht, die Ansprache von Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler, der Neuigkeitswert der Methode, die Chance auf Bewältigung in inhaltlicher, methodischer und sprachlicher Hinsicht sowie das Potenzial zur inneren Differenzierung. In höherer Qualität im Vergleich zur objektiven Aufgabenanalyse wurden lediglich die beiden Kriterien für die Erfassung der sozialen Interaktionen realisiert. Dagegen wurde neun Mal das Potenzial an Aufgabenqualität, wie es die objektive Analyse herausgearbeitet hatte, im Zuge der Umsetzung im Unterricht verringert, und zwar zum Teil deutlich. Dies gilt für die gesellschaftliche Relevanz in inhaltlicher Hinsicht, den Grad an kognitiver Aktivierung (Wissensformen und kognitive Prozesse), den inhaltlichen Neuigkeitswert, die Repräsentation einer authentischen Situation (sowohl in Bezug auf die Komplexität der Modellierung als auch in Beug auf die Reichweite der Situierung) und die Förderung von Problemlösefähigkeit (auch hier gleich in Bezug auf alle drei Kriterien Offenheit der Ausgangssituation, Offenheit der Lösungswege und Offenheit der Zielsituation). Im Zuge der Interpretation der Interviewaussagen der Lehrperson ließ sich zum Teil bereits anhand der intendierten Anforderungen erkennen, dass eine Ausschöpfung des Aufgabenpotenzials nicht den Vorstellungen der Lehrperson entspricht, z.B. im Hinblick auf die Förderung von Problemlösefähigkeit.

Tabelle 2: Klassifikation einer mathematischen Aufgabe nach didaktischen und fachlichen Qualitätsmerkmalen (x: Merkmal ist in hohem Maße vorhanden, o: Merkmale ist in mittlerem Maße vorhanden, -: Merkmale ist nicht gegeben, ?: Datengrundlage lässt keine Einschätzung zu)

		Analyseschritte zur Bestimmung der fachlichen und didaktischen Aufgabenqualität		
Didaktische Merkmale lernprozessanregender Aufgaben	**Analysekriterien**	Objektive Aufgaben-qualität (Potenzialanalyse)	Von der Lehrperson intendierte Aufgabenqualität	Im Unterricht realisierte Aufgaben-qualität
Exemplarische Erschließung eines gesellschaftlich relevanten Bildungsinhalts	Thematisierung einer gesellschaftlichen Grundfrage	X	O	O
	Thematisierung einer gesellschaftlich relevanten Methode	X	?	X
Ansprache eines Bedürfnisses	Aufgabe spricht Bedürfnisse der Schüler an	O	O	O
Förderung genereller intellektueller Fähigkeiten	Anforderungen bezüglich der einbezogenen Wissensformen	X	O	O
	Anforderungen bezüglich der notwendigen kognitiven Prozesse	X	?	O
Neuigkeitswert	Unbekannter bereichsspezifischer Inhalt	O	-	-
	Unbekannte bereichspezifische Methode	X	X	X
Chance auf Bewältigung	In Bezug auf den bereichsspezifischen Inhalt	X	?	X
	In Bezug auf die bereichspezifische Methode	X	?	X
	Sprachliche Komplexität der Aufgabenstellung	O	O	O
Potenzial zur inneren Differenzierung	Differenzierung hinsichtlich kognitivem Niveau, Tiefe und Umfang	X	X	X
Repräsentation einer authentischen Situationen	Komplexität der Modellierung	O	?	-
	Situierung des bereichsspezifischen Inhalts bzw. der Methode	-	?	-
Förderung von Problemlösefähigkeit	Offenheit Ausgangssituation	X	-	-
	Zahl der Lösungswege	X	-	-
	Offenheit der Zielsituation	X	-	-
Erfordernis sozialer Interaktion	Erfordernis von Gruppen- oder Partnerarbeit	-	X	X
	Erfordernis von Diskussion/ Reflexion im Klassenverband	-	X	O

An diesem Fallbeispiel wird deutlich, dass das Potenzial einer Aufgabe nur für einen Teil der Kriterien mit der realisierten Aufgabenqualität übereinstimmt. Bei Kenntnis der speziellen Intentionen der Lehrkraft und des Lernstandes der Schülerinnen und Schüler kann die Bestimmung der Aufgabenqualität weiter präzisiert werden. Das Beispiel zeigt jedoch ebenso, dass die Qualität der Aufgabe deutlich von der speziellen Umsetzung im Unterricht abhängt. Der dritte Analyseschritt bleibt somit unverzichtbar, wenn die Aufgabenqualität einen Indikator für Unterrichtsqualität darstellen soll. Diese Erkenntnis entspricht ebenso den in der Folge der TIMS-Videostudien in Deutschland durchgeführten systematischen Analysen von Unterrichtsprozessen im Fach Mathematik (siehe z.B. Neubrand, 2002, 268ff.) wie Untersuchungen in den USA (Stein, Grover & Hennigsen, 1996, 471ff.).

Für derzeitige Programme zur Steigerung der Unterrichtsqualität, die auf eine Weiterentwicklung der Aufgabenkultur setzen, insbesondere SINUS-Transfer (siehe insbesondere die Module 1 und 8: BLK 1997; Hertrampf, 2003), bedeutet dies eine Herausforderung, indem die neuen Aufgaben mit didaktisch-methodischen Aus- und Fortbildungsmaßnahmen verknüpft werden sollten, um nicht die Fehler der traditionellen Aufgabendidaktik zu wiederholen. Bruder (2000, 17) formuliert in diesem Sinne: „Allein mit offenen Aufgaben können meines Erachtens die derzeit attestierten Leistungs- und Verständnisdefizite unserer Schülerinnen und Schüler nicht befriedigend abgebaut werden. Dazu bedarf es einer umfassenderen Sicht auf ein *Arbeiten mit Aufgaben* durch die Lehrerinnen und Lehrer."

Für eine tiefer gehende und präzisere Analyse der Aufgabenqualität sind weitere Forschungsschritte notwendig, insbesondere wenn individuelle Lernprozesse beurteilt werden sollen. Eine Aufzeichnung der Schülergespräche während der Aufgabenbearbeitung, eine Aufzeichnung ihrer Tätigkeiten am PC sowie eine detaillierte Analyse ihrer schriftlichen Aufzeichnungen (z.B. in Form von Lerntagebüchern) können wichtige Hinweise darauf geben, welche Merkmale der kognitiven Aufgabenqualität im individuellen Lernprozess realisiert werden, inwieweit der bereichsspezifische Wissens- und Erfahrungsstand gefördert wird und welche Prozesse der inneren Differenzierung stattfinden. Der Lernerfolg der Schülerinnen und Schüler kann durch einen Test festgestellt werden, während Befragungen Hinweise auf affektiv-motivationale Komponenten geben würden. Gezielt auf die Fragestellung des vorliegenden Beitrags ausgerichtete Lehrerinterviews würden darüber hinaus eine präzisere Bestimmung der intendierten Anforderungen ermöglichen. Hierdurch ließen sich möglicherweise weitere Brüche zwischen dem objektiven Aufgabenpotenzial und der im Unterricht realisierten Aufgabenqualität erklären. In jedem Fall handelt es sich bei der mehrstufigen Analyse der Aufgabenqualität um ein Forschungsfeld, das einen wesentlichen Beitrag zur Bestimmung von Unterrichtsqualität liefern kann – nicht nur im Mathematikunterricht.

Literatur

Aebli, H. (1981). Denken das Ordnen des Tuns. Band 2: Denkprozesse. Stuttgart.

Anderson, L. W. & Krathwohl, D. (Hrsg.). (2001): A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing. A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. New York: Longman

Baumert, J. et al. (1997). TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen.

Beck, K. et al., (1996). Zur Entwicklung moralischer Urteilskompetenz in der kaufmännischen Erstausbildung. Empirische Befunde und praktische Probleme. In: Beck, K. & Heid, H. (Hrsg.): Beiheft 13 zur Zeitschrift für Betriebs- und Wirtschaftspädagogik "Lehr-Lern-Prozesse in der kaufmännischen

Erstausbildung. Wissenserwerb, Motivierungsgeschehen und Handlungskompetenzen. Stuttgart: Steiner, S. 187-206
Bieri, J. (1955): Cognitive Complexity-Simplicity and Predictive Behavior. In: Journal of Abnormal and Social Psychology, 51, 263-268
Biermann, M. & Blum, W. (2001). Eine ganz normale Mathe-Stunde? Was „Unterrichtsqualität“ konkret bedeuten kann. In: mathematik lehren 108, S. 56-60.
Bleichroth, W. et al. (1999). Fachdidaktik Physik. Köln: Aulis 2. Aufl.
Blömeke, S. (2000). Medienpädagogische Kompetenz. Theoretische und empirische Fundierung eines zentralen Elements der Lehrerausbildung. München.
Blömeke, S. (2003a). Lehren und Lernen mit neuen Medien. Forschungsstand und Forschungsperspektiven. In: Unterrichtswissenschaft 31 (1), S. 57-82.
Blömeke, S. (2003b). Medienpädagogische Kompetenz. Theoretische Grundlagen und erste empirische Befunde. In: Empirische Pädagogik 17 (2), S. 196-216.
Blömeke, S., Eichler, D. & Müller, Ch. (2004): Videoanalysen zum Einsatz von Informations- und Kommunikationstechnologien im Unterricht. Indikatoren und erste Ergebnisse für das Fach Mathematik. In: Doll, J. & Prenzel, M. (Hrsg.): Bildungsqualität von Schule. Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung. Münster u.a.: Waxmann, S. 212-233
Blum, W. & Leiß, D. (2004). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. In: mathematik lehren 128, S. 18-21
Blum, W. & Leiß, D. (2003). Diagnose- und Interventionsformen für einen selbstständigkeitsorientierten Unterricht am Beispiel Mathematik. Vorstellung des Projekts DISUM. In: Beiträge zum Mathematikunterricht, S. 129-132.
Bransford, J. D., Sherwood, R. D., Hasselbring, T. S., Kinzer, Ch. K. & Williams, S. M. (1990): Anchored Instruction. Why We Need It and How Technology Can Help. In: Nix, D. & Spiro, R. J. (Hrsg.): Cognition, Education, and Multimedia. Exploring Ideas in High Technology. Hillsdale: Erlbaum: S. 115-141
Bromme, R., Seeger, F. & Steinbring, H. (1990). Aufgaben als Anforderungen an Lehrer und Schüler. Köln: Aulis
Brophy, J. E. (2000): Teaching. Brussels: IBE (= Educational Practices Series; 1)
Brown, A. L. (1997): Transforming Schools into Communities of Thinking and Learning about Serious Matters. In: American Psychologist, 52, S. 399-413
Bruder, R. (1981). Zur quantitativen Bestimmung und zum Vergleich objektiver Anforderungsstrukturen von Bestimmungsaufgaben im Mathematikunterricht. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Pädagogischen Hochschule Potsdam 25 (1), S. 173-178.
Bruder, R. (1985). Zur Bestimmung objektiver Anforderungsstrukturen von Begründungs- und Beweisaufgaben im Mathematikunterricht. In: Wissenschaftliche Zeitschrift der Pädagogischen Hochschule Potsdam 29 (1), S. 108-111.
Bruder, R. (2000). Mit Aufgaben arbeiten. Ein ganzheitliches Konzept für eine andere Aufgabenkultur. In: mathematik lehren 101, S. 12-17.
Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (1997). Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“. Bonn: BLK (= Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung; 60)
Christiansen, B., Walther, G. (1986): Task and Activity. In: Christiansen, B., Howson, A., G., Otte, M.: Perspectives on mathematics education. Dodrecht, Boston, Lancaster, Tokyo: Reidel.
Crook, Ch. (1994). Computers and the Collaborative Experience of Learning. London.
Cognition and Technology Group at Vanderbilt (CTGV 2000): Adventures in Anchored Instruction. Lessons From Beyond the Ivory Tower. In: Glaser, R. (Hrsg.): Advances in Instructional Psychology. Educational Design and Cognitive Science Bd. 5. Mahwah, NJ: Erlbaum, S. 35-99
Dann, H.-D., Diegitz, T. & Rosenbusch, H. S. (1999). Gruppenunterricht im Schulalltag. Realität und Chancen. Erlanger Forschungen: Reihe A, Band 90.
Drüke-Noe, C. & Leiß, D. (2004). Standard Mathematik von der Basis bis zur Spitze. Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematikunterricht. Wiesbaden: Hessisches Landesinstitut für Pädagogik (= Materialien zum Unterricht; 156)
Eye, A. von (1999): Kognitive Komplexität. Messung und Validität. In: Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie 1999, 2, S. 81-96
Fischer, F. & Mandl, H. (2002). Lehren und Lernen mit ICT. In: Tippelt R. (Hrsg.). Handbuch der Bildungsforschung. Opladen, S. 627-641.
Führer, L. (1997). Pädagogik des Mathematikunterrichts. Eine Einführung in die Fachdidaktik für Sekundarstufen. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg
Gerstenmaier, J. & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive. In: Zeitschrift für Pädagogik 41 (6), S. 867-888.

Greeno, J. G. (1997): Participation as Fundamental in Learning Mathematics. In: Dossey, J. A., Swafford, J. O., Parmantic, M. & Dossey, A. E. (Hrsg.): Psychology of Mathematics Education Bd. 1. Columbus, OH: Eric Clearinghouse, S. 1-14

Gruehn, S. (2000): Unterricht und schulisches Lernen. Münster: Waxmann

Harvey, O. J., Hunt, D. E. & Schroder, H. M. (1961). Conceptual Systems and Personality Organisation. New York.

Heckhausen, H. (1974): Motive und ihre Entstehung. In: Weinert, F. E. et al.: Pädagogische Psychologie. Band 1. Funk-Kolleg. Frankfurt/M.: Fischer, S. 133-171

Heimann, P., Otto, G. & Schulz, W. (1965). Unterricht - Analyse und Planung. Hannover.

Helmke, A. (2004). Unterrichtsqualität erfassen, bewerten, verbessern. Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung 2. Aufl.

Hertrampf, M. (2003). BLK-Modellversuchsprogramm „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“. Abschlussbericht. Kiel: IPN

Hofe, R. vom (1998). Funktionen erkunden – mit dem Computer. In: mathematik lehren, 105, S. 54-58.

Jong, T. de & Joolingen, W. R. v. (1998). Scientific Discovery Learning with Computer Simulations of Conceptual Domains. In: Review of Educational Research 68 (2), S. 179-201.

Klafki, W. (1963). Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Weinheim.

Klafki, W. (1969). Didaktische Analyse als Kern der Unterrichtsvorbereitung. In: Roth, H. & Blumenthal, A. (Hrsg.). Grundlegende Aufsätze aus der Zeitschrift Die Deutsche Schule. Hannover, S. 5-34.

Klafki, W. (1985). Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Beiträge zur kritisch-konstruktiven Didaktik. Weinheim.

Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (KMK, 2003). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Bonn: KMK

Knoll, St. (2003). Verwendung von Aufgaben in Einführungsphasen des Mathematikunterrichts. Marburg: Tectum (= Edition Wissenschaft, Reihe Pädagogik; 66).

Koch-Priewe, B. (2000). Zur Aktualität und Relevanz der Allgemeinen Didaktik in der LehrerInnenausbildung. In: Bayer, M. et al. (Hrsg.). Lehrerin und Lehrer werden ohne Kompetenz? Professionalisierung durch eine andere Lehrerbildung. Bad Heilbrunn, S. 149-169.

Kohlberg, L. (1974). Zur kognitiven Entwicklung des Kindes. Frankfurt a.M.

Leinhardt, G., Putnam, R. R., Stein, M. K. & Baxter, J. (1991). Where subject knowledge matters. In: Brophy, J. E. (Hrsg.). Advances in research on teaching. Bd. 2: Teachers' subject matter knowledge and classroom instruction. Greenwich, CT: JAI Press: S. 87-113.

Lenné, H. (1969). Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland. Aus dem Nachlass hrsg. von Walter Jung in Verbindung mit der Arbeitsgruppe für Curriculum-Studien. Stuttgart: Ernst Klett (= Texte und Dokumente zur Bildungsforschung).

Mandl, H. & Huber, G. L. (Hrsg.) (1978). Kognitive Komplexität. Bedeutung, Weiterentwicklung, Anwendung. Göttingen.

Mayer, R. E. (2004). Teaching of Subject Matter. In: Annual Review of Psychology 55, S. 715-744.

Meyer, H. (1978). Trainingsprogramm zur Lernzielanalyse. Königstein: Athenäum 8. Aufl.

Mullis, I. V. S. et al. (2003) : TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003. Chestnut Hill, MA: Boston College 2. Aufl.

Neubrand, J. (2002). Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen. Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie. Hildesheim (= texte zur mathematischen forschung und lehre; 19).

Neubrand, M. et al. (Deutsche PISA-Expertengruppe Mathematik) (2001) : Grundlagen der Ergänzung des internationalen PISA-Mathematik-Tests in der deutschen Zusatzerhebung. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 33 (2)

Newman, D., Griffin, P. & Cole, M. (1989). The construction zone. Working for cognitive change in school. Cambridge, MA: Cambridge University Press

Oser, F. (1981). Moralisches Urteil in Gruppen. Soziales Handeln, Verteilungsgerechtigkeit, Stufen der interaktiven Entwicklung und ihre erzieherische Stimulation. Frankfurt a.M.

Piaget, J. (1972). Psychologie der Intelligenz. Olten (Original: La Psychologie de l´Intelligence. Paris 1947).

Reinhold, P., Lind, G. & Friege, G. (1999). Wissenszentriertes Problemlösen in Physik. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 5 (1999) 1, S. 41-62.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In: Krapp, A. & Weidenmann, B. (Hrsg.). Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch. 4. Auflage. Weinheim, S. 601-646.

Renkl, A. (1991). Die Bedeutung der Aufgaben- und Rückmeldegestaltung für die Leistungsentwicklung im Fach Mathematik. Diss. Universität Heidelberg.

Rheinberg, F. (2002): Motivation. Stuttgart: Kohlhammer 4. Aufl.

Slavin, R. E. (1996): Education for All. Lisse: Swets & Zeitlinger

Spiro, R. J., Feltovich, P. J., Jacobson, M. J. & Coulson, R. L. (1992): Cognitive Flexibility, Constructivism and Hypertext. Random Access Instruction for Advanced Knowledge Acquisition in Ill-Structured Domains. In: Duffy, T. & Jonassen, D. (Hrsg.): Constructivism and the Technology of Instruction. Hillsdale, NJ: Erlbaum, S. 57-76

Stark, R., Graf, M., Renkl, A., Gruber, H. & Mandl, H. (1995): Förderung von Handlungskompetenz durch geleitetes Problemlösen und multiple Lernkontexte. In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 27, S. 289-312

Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning. An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. In: American Educational Research Journal 33 (2), S. 455-488.

Steiner, G. (2001). Lernen und Wissenserwerb. In: Krapp, A. / Weidenmann, B. (Hrsg.). Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch. Weinheim, S. 137-205.

Stigler, J. W. et al. (1999). The TIMSS videotape classroom study. Methods and findings from an exploratory research project on eighth-grade mathematics instruction in Germany, Japan, and the United States. Washington, DC: U.S. Government Printing Office <http://nces.ed.gov/timss> (10.11.2003)

Terhart, E. (2002). Konstruktivismus und Unterricht. Eine Auseinandersetzung mit theoretischen Hintergründen, Ausprägungsformen und Problemen konstruktivistischer Didaktik. Soest.

Tietze U.-P., Klika, M. & Wolpers, H. (Hrsg.) (2000). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Band 1: Fachdidaktische Grundfragen – Didaktik der Analysis. Braunschweig 2. Aufl.

Timm, J.-P. (Hrsg.) (1998). Englisch lernen und lehren. Didaktik des Englischunterrichts. Berlin: Cornelsen.

Tulodziecki, G., Herzig, B. & Blömeke, S. (2004). Gestaltung von Unterricht. Eine Einführung in die Didaktik. Bad Heilbrunn.

Weinert, F. E. (1998). Psychologische Theorienbildung auf dem pädagogischen Prüfstand. In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie 12 (4), S. 205-209.

Wellenreuther, M. (2004). Lehren und Lernen – aber wie? Empirisch-experimentelle Forschung zum Lehren und Lernen im Unterricht. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren (Grundlagen der Schulpädagogik; 50)

Weskamp, R. (2003). Fremdsprachenunterricht entwickeln. Grundschule – Sekundarstufe I – Gymnasiale Oberstufe. Hannover: Schroedel.

Williams, G., Clarke, D. (1997). Complexity of mathematical task. In Scott, N., Hollingsworth, H. (Eds.). Mathematics: Creating the future. (Proceedings of the 16th Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers. Pp.451-455). Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.

Winkler, K., Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2000): Learning Communities und Wissensmanagement. München: Ludwig-Maximilians-Universität (= Forschungsbericht; 126)

Winter, H. (1975). Allgemeine Lernziele für den Mathematikunterricht. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 7 (10), S. 106-116.

Wittmann, E. Ch. (1981). Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg 6. Aufl.

Wygotski, L. S. (1978). Mind in society. The development of higher psychological processes. Cambridge: Cambridge.

Prof. Dr. Sigrid Blömeke, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Systematische Didaktik und Unterrichtsforschung, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. eMail: sigrid.bloemeke@staff.hu-berlin.de

Jana Risse, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Mathematik und ihre Didaktik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. eMail: risse@mathematik.hu-berlin.de

Dipl. Psych. Christiane Müller, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Systematische Didaktik und Unterrichtsforschung, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. eMail: christiane.mueller@staff.hu-berlin.de

Dipl. Psych. Dana Eichler, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Systematische Didaktik und Unterrichtsforschung, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. eMail: dana.eichler@staff.hu-berlin.de

Prof. Dr. Wolfgang Schulz, Humboldt-Universität zu Berlin, Abt. Mathematik und ihre Didaktik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin. eMail: wschulz@mathematik.hu-berlin.de